ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JANVIER 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *Charles Richet* pour occuper, dans la Section de Médecine et Chirurgie, la place vacante par le décès de M. *Lucas-Championnière*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Charles Richet** prend place parmi ses confrères.

M. **Puiseux** donne lecture d'une Notice sur M. *R. Radau*.
Cette Notice sera imprimée dans le *Recueil* de l'Académie.

M. le **Président** annonce à l'Académie la mort de Sir *David Gill*, Correspondant pour la Section d'Astronomie, et donne la parole à M. **B. Baillaud**, qui lit la Notice suivante :

Sir David Gill, Correspondant de l'Académie depuis 1896, pour la Section d'Astronomie, est mort à Londres, samedi 24 janvier, à $8^h 30^m$, à l'âge de 70 ans. Né à Aberdeen (Écosse) le 12 juin 1843, il subit, dès l'âge de 20 ans, l'influence de l'illustre Clerk Maxwell, et s'occupa d'abord de physique et de la détermination précise de l'heure; Directeur de l'Observatoire privé de Dun Echt, il fit en 1874 sa célèbre expédition à l'île Maurice pour l'observation du passage de Vénus, et donna sa première détermination $8'',77$ de la parallaxe du Soleil d'après les observations de Junon.

En 1877, une nouvelle expédition, à l'Ascension, donna 8″,78 par des observations de Mars. Le 19 février 1879, Gill devint astronome de Sa Majesté, au Cap, où il resta jusqu'en 1907.

Son activité au Cap a donné, entre autres travaux : toute une série de catalogues méridiens de grande valeur; la description photographique du Ciel sud; des recherches de parallaxes stellaires; une nouvelle détermination de la parallaxe du Soleil par des observations d'Iris, Victoria et Sappho, dont un résultat, 8″,806, coïncide avec celui que Arthur R. Hinks a déduit, en 1909, des observations photographiques d'Eros; des déterminations de la masse de Jupiter et des éléments de ses anciens satellites; la géodésie de l'Afrique du Sud et l'amorce de l'arc de méridien traversant l'Afrique entière et devant s'étendre jusqu'au nord de l'Europe; des travaux d'astrophysique et la contribution de l'Observatoire du Cap à l'entreprise de la Carte photographique du Ciel.

Gill venait de terminer, il y a deux mois, la publication d'un magnifique ouvrage *History and description of the Royal Observatory Cape of good hope*, ouvrage qui n'est pas seulement le récit d'un siècle d'efforts, mais un monument rappelant, à 68 ans de distance, la description par W. Struve de l'Observatoire de Poulkovo. Sir David dit avoir puisé beaucoup dans ce dernier Ouvrage ; tous ceux qui, dans l'avenir, auront à installer un observatoire, grand ou petit, devront connaître à fond la *Description de l'Observatoire du Cap*. Gill avait trouvé 8 personnes à l'Observatoire du Cap ; à son départ, il en laissait 34.

Dans l'entreprise de la Carte du ciel, Sir David Gill eut un rôle des plus importants. Dès le début en 1887, on le trouve pleinement d'accord avec l'amiral Mouchez et les frères Henry. Il assista à toutes les réunions du Comité international permanent, sauf la seconde (1889); vice-président depuis 1891, il fut élu en 1909 Président d'honneur.

Sir David a aussi rendu de très grands services lors de la réunion de la Conférence des éphémérides en 1911. Dans la plupart des entreprises scientifiques internationales, il était l'un des délégués de la Grande-Bretagne ; il a exercé partout une influence décisive, grâce à sa hauteur de vue, à son esprit net et clair, à son caractère conciliant.

Membre de la Société royale de Londres, Correspondant du Bureau des Longitudes, Gill avait reçu la médaille Bruce et deux fois la médaille d'or de la Société royale astronomique dont il était *Foreign Secretary*.

La science mondiale perd en lui un de ses représentants les plus illustres; la France un de ses plus dévoués amis.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination du coefficient thermométrique des vis de micromètre.* Note de M. G. Bigourdan.

Les variations de température changent la distance focale de l'objectif d'une lunette, la longueur de son tube et celle du pas de la vis du micromètre; par là, elle agit d'une manière complexe pour modifier la valeur angulaire d'un tour de cette vis.

D'ordinaire, c'est par des observations directes sur le ciel qu'on détermine le *coefficient thermométrique* des vis de micromètre, c'est-à-dire la variation angulaire de 1 tour correspondant à une variation de température de 1°.

Pour l'équatorial, un des moyens les plus sûrs pour obtenir la vraie valeur de ce coefficient est de mesurer avec la vis la différence de déclinaison de deux étoiles voisines du pôle et convenablement éloignées l'une de l'autre en déclinaison; ces étoiles étant faciles à observer en hiver comme en été, c'est-à-dire à des températures assez différentes, on compare les résultats, après avoir tenu compte de la précession, de la nutation et de l'aberration.

L'incertitude que présente cette méthode tient surtout aux écarts de la mise au foyer, quelque soin d'ailleurs qu'on apporte à celle-ci, quand on la réalise directement sur le ciel : avec des lunettes de 5^m à 6^m de distance focale, il n'est pas rare de trouver, dans les lectures de mise au foyer, des nombres différant de 1^{mm} et même davantage, quoique la température soit sensiblement la même.

Tout ce qui peut servir à mieux déterminer rapidement le foyer aidera donc à trouver le coefficient thermométrique avec plus de précision : c'est ce que permet l'ingénieuse méthode que vient d'imaginer M. Lippmann (¹) pour régler une lunette en autocollimation, et au moyen de laquelle la même incertitude sur la mise au foyer est de l'ordre du micron pour des objectifs ordinaires de 2^m de distance focale.

Alors la manière de procéder pour déterminer le coefficient thermomé-

(¹) G. Lippmann, *Méthode pour le réglage d'une lunette en autocollimation* (*Comptes rendus*, t. 158, 12 janvier 1914, p. 88-90). Certains procédés de laboratoire permettraient d'obtenir la distance focale avec plus de précision que les déterminations directes sur le ciel, mais elles sont assez difficilement applicables dans les conditions même où l'instrument est employé aux observations célestes.

trique d'une vis de micromètre comportera les deux opérations suivantes :

1° Mesure de la valeur linéaire du tour et du coefficient de dilatation de la vis seule.

2° Mesure de la variation de la distance focale de l'objectif avec la température, l'objectif étant toujours monté de la même manière sur le même tube, et les variations de la distance focale étant repérées sur ce tube.

En joignant à cela une mesure *approximative* de la même distance focale à une température connue, on aura le moyen de calculer le coefficient thermométrique.

Enfin, si l'on détermine *exactement* la longueur même de la distance focale à une température connue, on pourra conclure, en outre, la valeur angulaire elle-même du tour de vis.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur quelques fonctions numériques remarquables.* Note de M. G. HUMBERT.

1. Dans des recherches publiées ces dernières années, soit aux *Comptes rendus*, soit au *Journal de Mathématiques*, j'ai eu l'occasion de développer la méthode par laquelle Hermite a retrouvé certaines des formules de Kronecker relatives aux classes de formes quadratiques, binaires et positives, et j'ai pu faire connaître ainsi beaucoup de résultats nouveaux. Malheureusement, et c'est l'inconvénient de la méthode, ces résultats se présentent isolément, sans lien entre eux, et la démonstration de chacun exige un effort spécial. L'introduction d'un paramètre (*Comptes rendus*, 21 février 1910), en permettant de déduire d'une même formule plusieurs des formules connues antérieurement, atténue l'inconvénient signalé, mais sans le faire entièrement disparaître.

Je me propose de montrer aujourd'hui comment les propriétés de certaines fonctions numériques nouvelles apportent, dans ces questions, plus d'ordre et de clarté, en même temps qu'un degré très supérieur de généralité : on verra ainsi un grand nombre de résultats connus ou inconnus se grouper autour de quelques formules.

2. Les fonctions numériques à considérer sont définies par des séries de Fourier analogues à celles qui donnent les quotients, deux à deux, des *fonctions thêta* d'une variable; seulement, au lieu d'être, comme ces quotients, des fonctions méromorphes, elles sont *holomorphes dans tout le plan.*

Posons, par exemple,

$$(1)\qquad \psi_1(x) = 4\sum_{h=0}^{\infty} \frac{q^{\frac{1}{4}(2h+1)(2h+3)}}{1-q^{2h+1}} \sin(2h+1)x.$$

On reconnaît aisément que la série second membre converge absolument pour toute valeur de x, pourvu qu'en posant comme d'ordinaire $q = e^{i\pi\tau}$, la constante τ ait sa partie imaginaire positive.

D'autre part, on a

$$(2)\qquad \begin{cases} \psi_1(x+\pi\ ) = \psi_1(x), \\ \psi_1(x+\pi\tau) = \psi_1(x) + 2iq^{-\frac{1}{4}} e^{-ix}\Theta_1(x), \end{cases}$$

les notations étant celles de mes travaux précédents [1]. De même, si l'on pose

$$(3)\qquad \psi(x) = 4\sum_{h=0}^{\infty} \frac{q^{\frac{1}{4}(2h+1)(2h+3)}}{1+q^{2h+1}} (-1)^h \sin(2h+1)x,$$

on trouvera

$$(4)\qquad \psi(x+\pi) = -\psi(x), \qquad \psi(x+\pi\tau) = -\psi(x) + 2iq^{-\frac{1}{4}} e^{-ix}\Theta(x).$$

Inversement, les fonctions entières qui vérifient (2), d'une part, et (4), d'autre part, coïncident respectivement avec $\psi_1(x)$ et $\psi(x)$.

On peut encore écrire

$$(5)\qquad \begin{cases} \psi_1(x) = 4\sum_{n=0}^{\infty} q^{n+\frac{3}{4}} \sum_{4n+3} \sin dx, \\ \psi(x) = 4\sum_{n=0}^{\infty} q^{n+\frac{3}{4}} (-1)^n \sum_{4n+3} \sin dx, \end{cases}$$

les sommes $\sum_{4n+3}$ portant sur les diviseurs, d, de $4n+3$, *inférieurs* à $\sqrt{4n+3}$. Il convient d'observer que si ces sommes portaient sur *tous* les diviseurs de

---

[1] $\Theta_1(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} q^{m^2} \quad e^{2mix}$; $\qquad \Theta(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^m q^{m^2} \quad e^{2mix}$;

$H_1(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} q^{\frac{(2m+1)^2}{4}} e^{(2m+1)ix}$; $\qquad H(x) = \frac{1}{i}\sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^m q^{\frac{(2m+1)^2}{4}} e^{(2m+1)ix}$;

$\theta_1 = \Theta_1(0)$; $\quad \theta = \Theta(0)$; $\quad \eta_1 = H_1(0)$; $\quad H'(0) = \eta_1\theta_1\theta$.

$4n+3$, les seconds membres des formules (5) ne convergeraient plus pour toute valeur de x.

On pourrait encore introduire les fonctions qu'on obtient en remplaçant x par $x+\frac{\pi}{2}$ dans ψ_1 et dans ψ; il sera inutile de les désigner par une lettre spéciale. Observons aussi que ψ_1 se déduit de ψ, à un facteur constant près, par le changement de q en $qe^{\pi i}$, c'est-à-dire de τ en $\tau+1$.

3. Une importante propriété de la fonction $\psi(x)$ est d'être (au signe près) le terme indépendant de y dans le développement en série de Fourier de $\eta_1\theta \mathrm{H}_1(y+x)\mathrm{H}(y):\Theta_1(y)$, regardée comme fonction de y; le développement complet est le suivant :

$$(6)\quad \eta_1\theta\frac{\mathrm{H}_1(y+x)\mathrm{H}(y)}{\Theta_1(y)} = -\psi(x)\Theta(y+x)+4\Theta(x)\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n q^{n+\frac{3}{4}}\sum_{4n+3}\sin\left(\frac{d_1+d}{2}y+dx\right),$$

$\sum\limits_{4n+3}$ s'étendant aux décompositions en facteurs (positifs) $4n+3=dd_1$, avec $d<d_1$. Le développement est valable quel que soit x; mais le point y doit rester compris dans une bande limitée par deux droites parallèles, symétriques par rapport à l'origine, et dont l'une joint les points $\frac{\pi\tau}{2}$ et $\frac{\pi\tau}{2}+\pi$.

Cette formule donne lieu à de nombreuses conséquences :

Faisons d'abord, dans (6), $y=\frac{\pi}{2}$; le premier membre devient $-\eta_1^2\mathrm{H}(x)$; au second membre, le coefficient de $\Theta(x)$ est $-\psi_1(x)$, d'où la relation

$$(7)\qquad \psi(x)\Theta_1(x)+\psi_1(x)\Theta(x)=\eta_1^2\mathrm{H}(x).$$

Par des considérations analogues, si nous introduisons une *nouvelle fonction entière*, $\zeta(x)$, définie par

$$\zeta(x)=1+4\sum_{n=1}^{\infty}q^{2n}\sum_{2n}(-1)^{\frac{\delta+\delta_1-1}{2}}\cos 2\delta x,$$

$\sum\limits_{2n}$ portant sur les décompositions en facteurs $2n=\delta\delta_1$, avec $\delta<\delta_1$ et δ, δ_1 de parités différentes, nous trouverons

$$\zeta(x+\pi)=\zeta(x),\qquad \zeta(x+\pi\tau)=-\zeta(x)+2iq^{-\frac{1}{4}}e^{-ix}\mathrm{H}(x)$$

et

(8) $$\zeta\Theta - \psi \mathrm{H} = \theta^2 \Theta_1, \qquad \zeta\Theta_1 + \psi_1 \mathrm{H} = \theta_1^2 \Theta,$$

formules analogues à (7).

Les valeurs que prennent ψ_1, ψ, ζ pour $x = \frac{\pi}{2}$ sont :

$$\psi_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4\sum_{n=0}^{\infty} q^{n+\frac{3}{4}} \sum (-1)^{\frac{d-1}{2}},$$

$$\psi\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4\sum_{n=0}^{\infty} q^{n+\frac{3}{4}} (-1)^n \sum (-1)^{\frac{d-1}{2}},$$

les sommes $\Sigma(-1)^{\frac{d-1}{2}}$ s'étendant aux diviseurs d de $4n+3$ inférieurs à $\sqrt{4\mathrm{N}+3}$; et

$$\zeta\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + 4\sum_{n=1}^{\infty} q^{2n} \sum (-1)^{\frac{\delta_1 - \delta - 1}{2}},$$

le dernier Σ portant sur les décompositions $2n = \delta\delta_1$ ci-dessus indiquées.

On reconnaît que $\psi_1\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $\psi\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $\zeta\left(\frac{\pi}{2}\right)$ sont respectivement les quantités rencontrées par Hermite (*Comptes rendus*, t. 55; *Journal de Liouville*, 2e série, t. IX, p. 145; *Œuvres*, t. II, p. 245-246) et qu'il désigne par A, B, C. Faisant $x = \frac{\pi}{2}$ dans (6), (8), (9), on trouve les relations d'Hermite :

(9) $$\mathrm{A}\theta_1 + \mathrm{B}\theta = \eta_1^3, \qquad \mathrm{C}\theta_1 - \mathrm{B}\eta_1 = \theta^3, \qquad \mathrm{C}\theta + \mathrm{A}\eta_1 = \theta_1^3.$$

4. Égalons maintenant les coefficients de $q^{2\mathrm{M}+\frac{3}{4}}$ dans les deux membres de (7), nous arrivons aisément au résultat suivant :

Décomposons un entier donné, $8\mathrm{M}+3$, en trois carrés

(10) $$8\mathrm{M}+3 = (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 + (2k''+1)^2 \qquad (k, k', k'' \geqq 0);$$

de toutes les façons possibles, en tenant compte de l'ordre des carrés, considérons d'autre part les décompositions

(11) $$8\mathrm{M}+3 = 4h^2 + dd_1 \qquad (h \gtreqless 0;\, d, d_1 > 0 \text{ et } d < d_1),$$

on a la formule, où $f(x)$ désigne une fonction *paire* de x, d'ailleurs quelconque,

(12) $$\Sigma f(2h+1) = \Sigma(-1)^{\frac{d-1}{2}} f(d+2h),$$

les sommes, premier et second membres, s'étendant respectivement aux décompositions (10) et (11).

Pour $f=1$, la formule revient à celle qu'Hermite a déduite (*Journal de Crelle*, t. 100) de $A\theta_1 + B\theta = \eta_1^3$; le résultat d'Hermite se présente donc ainsi comme un cas particulier d'une relation bien plus générale. D'ailleurs, l'égalité (12) est une de celles que j'ai transformées récemment (*Comptes rendus*, 22 décembre 1913) par l'introduction des *réduites principales indéfinies* de déterminant $8M+3$ (n° 4).

Les égalités (8) donnent lieu de même à la suivante, où $f(x)$ est une fonction *paire* quelconque,

$$(13) \qquad (-1)^N \Sigma f(x) = 4\Sigma(-1)^k(-1)^{\frac{d_1-d-2}{4}} f\left(\frac{d+k}{2}\right).$$

La première somme s'étend aux décompositions

$$(14) \qquad N = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \qquad (\alpha, \beta, \gamma \gtreqless 0),$$

la seconde aux décompositions

$$4N = k^2 + dd_1, \quad \text{avec} \quad k \gtreqless 0, \quad d, d_1 > 0; \quad d < d_1; \quad d_1 - d \equiv 2 \pmod 4;$$

N désigne un entier positif quelconque, *non carré*.

Pour $f=1$, on retrouve, sous une forme plus simple, la relation déduite par Hermite (*loc. cit.*) de $C\theta_1 - B\eta_1 = \theta^3$; enfin le second membre de (13) se transforme aisément par l'introduction des réduites principales indéfinies de déterminant $4N$.

5. Il faut observer ici que Liouville a donné plusieurs formules du même genre que (13); mais, dans leurs seconds membres, les diviseurs analogues à d ou à d_1 jouent le même rôle, tandis que, dans (13), d est un diviseur de $4N - k^2$ *inférieur à son conjugué* d_1 et qu'il n'y a pas symétrie par rapport à d et d_1.

Par exemple, Liouville indique, d'ailleurs sans démonstration, cette relation [$f(x)$ fonction *paire* quelconque] :

$$(15) \qquad \Sigma(-1)^\beta f(x) = 4\Sigma(-1)^{\rho+h} f(2d+h),$$

la première somme portant sur les décompositions (14), et la seconde sur les décompositions

$$N = h^2 + d(2\rho+1) \qquad (h \gtreqless 0, d \geqq 1, \rho \geqq 0).$$

N est supposé non carré.

On voit qu'au second membre de (15), tous les diviseurs d, à conjugué impair, de $N - h^2$ jouent le même rôle : ce fait avertit que la démonstration de la formule de Liouville doit être cherchée, non dans des relations où figureraient ψ, ψ_1, ζ, mais dans celles où interviennent les fonctions thêta ordinaires. On la trouve, en effet, en partant du développement trigonométrique classique de $\theta\theta_1\Theta_1(x):\Theta(x)$, chassant le dénominateur $\Theta(x)$, et égalant les coefficients de q^N dans les deux membres.

C'est donc à juste titre qu'en introduisant les quantités numériques A, B, C, Hermite insistait sur ce fait que ce sont seulement des *parties de fonction*, voulant dire par là que les diviseurs d'un entier y figurent différemment selon qu'ils sont inférieurs ou supérieurs à la racine carrée de l'entier.

6. Revenons à l'équation (6) pour y faire $y = \frac{\pi}{2} - x$; nous trouvons

$$(16) \qquad \theta_1 \frac{\psi(x)}{\Theta(x)} = 4 \sum_{n=0}^{\infty} q^{n+\frac{3}{4}} \sum_{4n+3} \sin \frac{d_1 - d}{2} x;$$

chassant $\Theta(x)$ et égalant dans les deux membres les coefficients de $q^{N+\frac{3}{4}}$, nous obtenons la formule

$$(-1)^N \Sigma (-1)^h f(2d) = \Sigma (-1)^h f(d_1 - d + 4h),$$

où f est une fonction *impaire* quelconque, et où les Σ s'étendent aux décompositions $4N + 3 = 4h^2 + dd_1$, avec $h \gtreqless 0$, d, $d_1 > 0$, et $d < d_1$. On en conclut cette autre :

$$\Sigma (-1)^{\frac{b}{2}} \{ (-1)^N f[2\bar{b} - (a + c)] - f(2c) \} = 0,$$

la somme s'étendant aux réduites principales indéfinies (a, b, c) de déterminant $4N + 3$, pour lesquelles $a + c > 0$, et $\bar{b}$ désignant la valeur absolue de b.

Si maintenant, dans les deux membres de (6), on suppose y très petit, et si l'on égale les coefficients des termes en y^1, on a

$$\eta_1^2 \theta^2 H_1(x) = -\psi(x)\Theta'(x) + 2\Theta(x) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{n+\frac{3}{4}} \sum_{4n+3} (d_1 + d) \cos dx.$$

Égalant les coefficients de $q^{N+\frac{3}{4}}$ aux deux membres, nous voyons s'introduire, dans le premier, les décompositions d'un entier en sommes de cinq carrés, et nous trouvons la relation

$$(17) \qquad \Sigma f(2k+1) = 2\Sigma (d_1 + d - 4h) f(d + 2h);$$

$f(x)$ y désigne une fonction *paire* quelconque; la première somme s'étend aux décompositions

$$4N+3=(2k+1)^2+(2k'+1)^2+(2k''+1)^2+4l^2+4l'^2 \qquad (k, k', k'', l, l' \gtreqless 0)$$

et la seconde aux décompositions

$$4N+3=4h^2+dd_1, \qquad h \gtreqless 0, \qquad d, d_1 > 0, \qquad d < d_1.$$

Pour $f=1$, la formule (17) se déduit aisément du théorème classique sur le nombre des décompositions d'un entier en sommes de quatre carrés. Enfin, on peut observer que le second membre de (17) s'écrit

$$\Sigma(2\overline{b}+a-c)f(\overline{b}-a),$$

Σ portant sur les réduites principales indéfinies (a, b, c), de déterminant $4N+3$, avec $a+c>0$.

Les formules (12) et (17) donnent ainsi des relations qui semblent assez cachées entre les décompositions d'un entier $4N+3$ en sommes de trois ou cinq carrés et les coefficients des réduites principales *indéfinies* qui ont cet entier pour déterminant; malgré certaines apparences, leur démonstration directe ne paraît pas sans difficultés.

Dans une autre Communication, sera indiquée la liaison entre nos fonctions numériques et les formes quadratiques binaires *définies*.

PHYSIQUE. — *Contribution à la réalisation de champs magnétiques élevés. Concentration des ampères-tours dans un très petit volume.* Note de MM. **H. Deslandres** et **A. Perot**.

Le problème de l'accroissement des champs magnétiques réalisés dans le laboratoire préoccupe actuellement tous les physiciens. Il intéresse aussi vivement les astronomes, surtout depuis la découverte par Hale d'un champ magnétique notable dans les taches et les couches basses du Soleil. C'est la reconnaissance d'un effet Zeeman dans la lumière solaire qui a donné ce beau résultat ([1]), et à l'Observatoire du mont Wilson où il a été obtenu, on étudie avec soin l'action du champ magnétique sur les spectres de lignes. A Meudon, dans les périodes de mauvais temps, qui sont fré-

([1]) En 1911, par une autre méthode, Deslandres a montré que les couches hautes solaires étaient le siège d'un champ magnétique général, mais beaucoup plus faible.

quentes, nous avons observé au même point de vue l'autre classe de spectres, les spectres de bandes, dont l'un de nous a fait une étude générale, et qui d'ailleurs se retrouvent aussi dans les corps célestes. Or, les spectres de bandes, en général, ne sont modifiés que par des champs très puissants, et nous avons été conduits naturellement à rechercher les moyens les meilleurs d'augmenter les champs actuels de nos laboratoires.

Nous avons fait d'abord quelques essais dans une voie nouvelle avec les moyens simples dont disposent tous les laboratoires, et comme ces essais étaient encourageants, nous les avons repris sur une échelle plus grande, et avec des machines plus fortes, empruntées au dehors, tout en restant dans les limites imposées par un faible budget. Nous avons pu réaliser ainsi des champs supérieurs à tous ceux obtenus jusqu'ici dans un petit volume de dimensions déterminées ([1]). Le premier résultat est par lui-même intéressant, et il a l'avantage de fournir des indications précieuses pour la réalisation de champs magnétiques encore plus grands.

Les champs magnétiques les plus élevés obtenus jusqu'ici ont été réalisés avec des électro-aimants, c'est-à-dire avec des noyaux de fer doux, terminés en cônes qui se font face, et entourés chacun par une bobine électrique. L'effet maximum s'observe entre les extrémités tronconiques; et, souvent, ces extrémités sont des cercles de 3^{mm} de diamètre séparés par un intervalle de 2^{mm} environ; c'est le plus petit volume dans lequel on puisse placer facilement une étincelle électrique ordinaire, et nous l'avons adopté aussi pour nos expériences. On fait passer dans les bobines un courant aussi intense que possible; mais on est limité d'un côté par l'échauffement de ces bobines et de l'autre par la saturation du fer. Cependant, dans ces dernières années, des progrès notables ont été réalisés par du Bois et surtout par Weiss. Le champ maximum de l'électro de Ruhmkorff qui, dans le petit volume de 3^{mm} sur 2^{mm}, était environ de 25000 gauss, a été porté à 30000, puis à 40000, grâce à une circulation d'eau autour des bobines. Récemment, en faisant passer l'eau à l'intérieur du fil conducteur, Weiss a pu atteindre 200 ampères, et obtenir 47570 gauss avec 200000 ampères-tours et 22 kilowatts.

Pour aller plus loin, sans augmenter les dimensions, il faut ou employer un corps plus magnétique que le fer, le ferro-cobalt, comme l'a fait Weiss en 1913, ou augmenter largement l'intensité du courant électrique. Quelques-uns même (Perrin, Fabry) ont proposé de supprimer le fer et de

---

([1]) Nous avons été aidés utilement dans ces recherches par MM. Burson et Pasteur.

recourir au courant seul, dont la densité doit alors être extrêmement élevée.

Nous avons cherché, tout en gardant le fer, à accroître le courant et à avoir le plus grand nombre d'ampères-tours (produit du nombre de tours par le nombre d'ampères) dans un petit volume. Mais il faut enlever immédiatement la chaleur énorme qui est dégagée, et c'est là surtout que réside la difficulté du problème.

L'eau, employée comme réfrigérant par nos devanciers, ne permet pas les basses températures et a été écartée. D'autre part, l'air liquide offre des phénomènes de caléfaction qui sont gênants. Nous avons essayé avec soin un courant de pétrole ordinaire refroidi au-dessous de 0°; le pétrole assure l'isolement entre les conducteurs de cuivre, et offre une capacité encore assez grande pour la chaleur. Quant aux conducteurs, ils ont la section qui donne une grande surface de refroidissement; ce sont des rubans de cuivre larges et minces dont l'épaisseur varie de $\frac{4}{10}$ à $\frac{1}{10}$ de millimètre.

Nos premiers essais ont été faits simplement avec quelques centimètres de ces conducteurs, un transformateur alternatif de 4 kilowatts, et du pétrole refroidi de $-15°$ à $-25°$ par un mélange réfrigérant, et placé à une certaine hauteur. La vitesse de chute assurait autour du conducteur un courant de pétrole de 2^m à 4^m par seconde. Or, avec des conducteurs de $\frac{2}{10}$ et de $\frac{1}{10}$ de millimètre, nous avons pu, dans ces conditions, avoir dans le conducteur des courants de 1500 ampères et de 1800 ampères par millimètre carré de section (¹). Le résultat est supérieur à celui de Kamerlingh Onnes, qui, avec l'air liquide, a pu atteindre 1200 ampères au millimètre carré.

La conclusion immédiate de ces essais est que le pétrole refroidi peut servir à augmenter fortement les densités de courant et les champs magnétiques réalisés jusqu'ici. Mais, pour faire l'expérience, il faut avoir de grandes machines qui coûtent plusieurs dizaines de mille francs, et nous avons été arrêtés pendant quelque temps. Heureusement, M. d'Arsonval est venu à notre secours et nous a prêté aimablement une machine frigorifique à ammoniaque, construite spécialement sur un petit modèle pour son laboratoire, facile à conduire, qui, en quelques heures, abaisse à $-30°$ le volume de pétrole de son réservoir, soit 1 mètre cube. Nous lui adressons

---

(¹) L'expérience a été reprise avec des conducteurs plus larges et les deux grandes machines dont il sera question plus loin. Les intensités limites ont été à peu près les mêmes. Il est certain d'ailleurs qu'avec des vitesses de courant plus grandes et une température plus basse du pétrole, il sera possible d'aller encore plus loin.

nos très vifs remercîments. Quant à l'énergie nécessaire, nous l'avons prise à la distribution électrique de l'Ouest-Lumière, dont les fils transportent 100 kilowatts, et nous avons loué simplement pendant quelques mois un grand moteur alternatif et une dynamo, de 60 kilowatts à 75 kilowatts, qui donne un courant continu de 1200 ampères, susceptible d'être porté pendant quelques minutes à 2000 ampères. Le courant de pétrole refroidi était envoyé dans l'appareil par une pompe centrifuge de 1 kilowatt, et la vitesse du courant dans le voisinage du conducteur a pu, dans certains cas, être portée à 3^m par seconde. Enfin, le pétrole qui nous a été aimablement prêté par la Société industrielle des pétroles, est un pétrole homogène, de densité 0,815, qui s'épaissit à $-70°$, et dont le point éclair est à $43°,5$.

Un calcul simple montre que l'énergie disponible ne permet pas d'avoir un champ magnétique élevé avec le courant électrique seul; aussi, tout en augmentant surtout le courant, nous avons conservé l'appoint du fer, et nous avons fait ainsi des essais variés. Nous décrirons seulement les deux principaux :

1° Nous avons cherché d'abord à augmenter le champ des électro-aimants ordinaires, en ajoutant simplement autour de leurs pièces polaires de nombreux ampères-tours alimentés par la grande dynamo, avec refroidissement par le pétrole. Ces ampères-tours s'ajoutent à ceux de l'enroulement ordinaire, et l'électro est excité simultanément par deux courants distincts.

2° Puis nous avons construit un électro-aimant d'un type tout différent, d'un volume et d'un poids relativement beaucoup plus faibles, spécialement disposé pour recevoir nos conducteurs et le courant de pétrole; il est excité seulement par le courant de la grande dynamo.

Le caractère principal de ces deux appareils est la concentration des ampères-tours nouveaux dans un petit volume, dans un volume qui est beaucoup plus petit que celui de tous les électro-aimants antérieurs. C'est cette concentration qui assure en grande partie l'élévation du champ magnétique [1], lequel est mesuré de la façon suivante : Dans l'entrefer de 3^{mm} sur 2^{mm}, on place une étincelle de zinc, dont le spectre est photographié dans le bleu; l'écart des divisions Zeeman avec les trois raies bleues du zinc (λ 4680, 4722, 4811) donne l'intensité du champ qui est ainsi enregistrée sur la plaque.

Première expérience. — Les figures 1 et 2 représentent en vraie gran-

---

[1] Cette concentration peut avoir beaucoup d'autres applications.

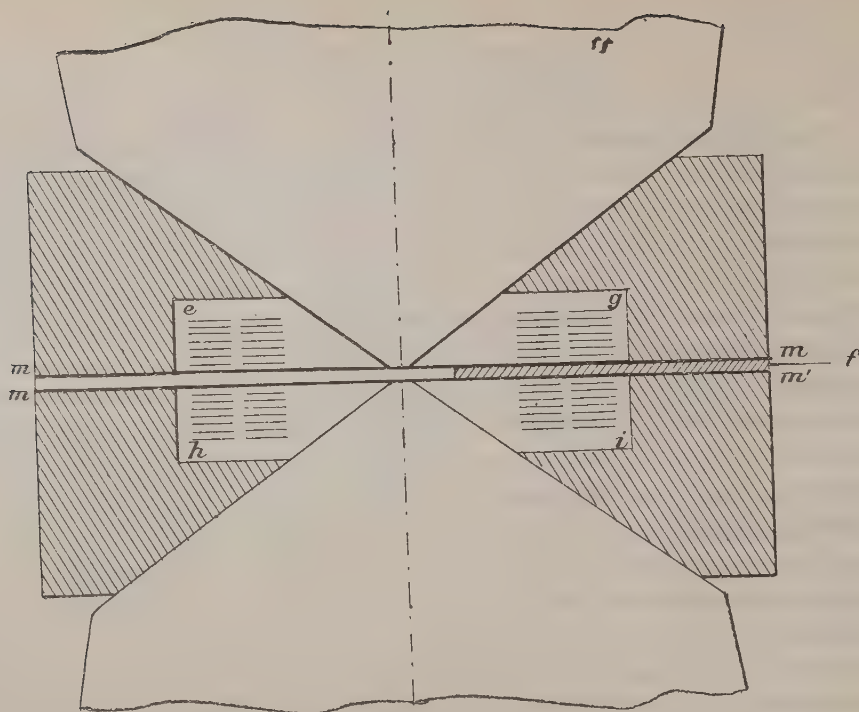


Fig. 1 (en vraie grandeur). — Coupe suivant AB, et suivant l'axe de l'électro-aimant.

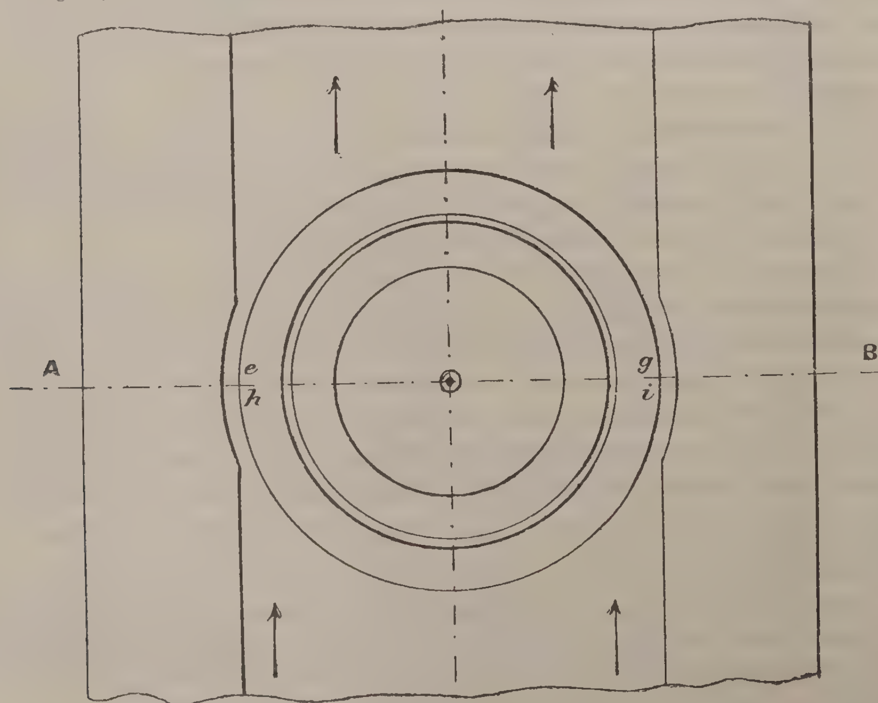


Fig. 2 (en vraie grandeur). — Plan d'une demi-boîte en fibre, de l'un des cônes polaires et des spires, le plan étant perpendiculaire à l'axe de l'électro-aimant.

deur la partie principale de l'appareil [1]. On aperçoit les deux cônes polaires en fer qui se font face à 2^{mm} et qui appartiennent à un électro Weiss ordinaire, à circulation d'eau seulement extérieure et donc d'un type déjà ancien. Le noyau de fer, qui a 92^{mm} de diamètre, est entouré par les grosses bobines du diamètre de 30^{cm}, et d'une longueur totale de 18^{cm} (non représentées), qui, avec le courant normal de 12,5 ampères, fournissent 30000 ampères-tours logés dans un volume de 12700 centimètres cubes.

Or les deux cônes polaires ont été entourés chacun par une petite bobine nouvelle (*eg* ou *hi*), qui est portée par une demi-boîte en fibre et qui comprend deux séries de sept spires en cuivre rouge (section 6^{mm} sur $0^{mm},4$). Le courant de pétrole arrive aux spires latéralement, lorsque les deux demi-boîtes, fermées par deux lamelles de mica m, m' que sépare une lame de fibre f, sont serrées l'une contre l'autre. Plusieurs rainures sont ménagées dans la lame f pour recevoir les électrodes de zinc.

Il a été possible d'envoyer avec la grande dynamo, pendant plusieurs minutes, dans les 28 spires (*eg*, *ih*) des petites bobines, un courant de 1100 ampères. Le nombre des ampères-tours correspondants est alors de 30800 et dans le très petit volume de 29 centimètres cubes; la concentration des ampères-tours est, comme on le voit, énormément plus forte que dans les grosses bobines. En même temps, on a fait passer, dans ces grosses bobines, un courant de 24 ampères [2] et le champ magnétique s'est élevé à 51500 gauss; c'est le plus grand réalisé avec le fer sans cobalt dans le petit espace de 3^{mm} sur $2^{mm},1$; dans les mêmes conditions, l'électro Weiss le plus grand a donné 47570 gauss.

Lorsque le courant de 24 ampères est envoyé dans les grosses bobines seules, le champ est de 41000 gauss; il y a donc, par l'adjonction des petites bobines, un gain de 10500 gauss, formé en grande partie par le

---

(1) Les figures 1 et 2 se rapportent à la première expérience; elles donnent l'entrefer (et les pièces voisines de cet entrefer) d'un électro-aimant Weiss, du modèle moyen, dont les noyaux mobiles en fer ont 92^{mm} de diamètre. La plus grande partie de l'électro et des noyaux, et les grosses bobines ne sont pas représentées. Les figures montrent les cônes polaires en fer, et les deux demi-boîtes en fibre, fixées à ces cônes, et bien distinguées des autres parties par des hachures. Chaque demi-boîte contient deux groupes de 7 spires en cuivre rouge, marquées *e g h i*, qui sont traversées par le courant de la grande dynamo (1100 ampères). Les spires ont 6^{mm} de large, $0^{mm},4$ d'épaisseur et sont séparées par une épaisseur de pétrole de $0^{mm},6$. Les deux demi-boîtes sont fermées chacune par une lamelle de mica m m' de $0^{mm},2$, que sépare une lame de fibre marquée f. Lorsqu'elles sont pressées l'une contre l'autre, le courant de pétrole passe dans la direction des flèches. L'entrefer, qui contient l'étincelle de zinc (non représentée), est de 2^{mm}.

(2) On a pu faire passer dans les grosses bobines ordinaires de l'électro, et pendant quelques minutes seulement, un courant double du courant normal. Avec les petites bobines nouvelles, la durée du courant de 1100 ampères est limitée seulement par la quantité de pétrole refroidi.

champ magnétique du grand courant, qui est de 7800 gauss. Mais, si l'électro-aimant Weiss avait été du dernier modèle et de dimensions plus grandes ([1]), et si la dynamo avait été assez forte pour donner le courant de 1500 ampères que les petites bobines peuvent supporter, le champ magnétique aurait pu vraisemblablement atteindre 60000 gauss. Le remplacement du fer par le ferro-cobalt assurerait encore un gain nouveau.

Deuxième expérience. — L'électro-aimant ([2]) construit spécialement est constitué par un cylindre de fer doux, fourni gracieusement par la Société de Châtillon-Commentry et Neuves-Maisons, de 105^{mm} de hauteur et 220^{mm} de diamètre (*fig.* 3 et 4); ce cylindre, séparé en deux parties par un plan parallèle à ses bases, est percé suivant son axe d'un trou cylindrique de 20^{mm} de diamètre, et l'on a ménagé à l'intérieur une cavité cylindrique destinée à loger la spirale que parcourt le courant; un tube de cuivre ferme la cavité à l'intérieur, de sorte que l'ensemble se présente sous la forme d'un cylindre plein, percé suivant son axe. Le conducteur en cuivre rouge *egih*, de $0^{mm},3$ d'épaisseur et de 20^{mm} de largeur, est enroulé sur lui-même comme un ressort de pendule et maintenu par des cales en fibre rouge. La cavité creusée dans le bloc de fer laisse de part et d'autre de la spirale un jeu de 10^{mm}; les deux bases du cylindre sont percées d'un grand nombre de trous, mettant la chambre en communication de part et d'autre de la spirale avec deux collecteurs en bronze, dans l'un desquels le pétrole est refoulé par la pompe : le liquide traverse ainsi la spirale dans le sens de son axe et sort par le deuxième collecteur.

Les pièces polaires mobiles *a*, *b*, *c*, *d* pénètrent à frottement doux dans le tube central, et leur cône est prolongé par la paroi de la cavité; la résistance d'un semblable système est presque réduite à celle de l'entrefer et des pièces coniques; la seule difficulté est d'éviter les fuites magnétiques, et l'appareil que nous présentons à l'Académie en offre certainement d'importantes. Le déflagrateur est porté par une des pièces polaires, et la lumière, reçue sur un miroir *n* placé à 45° de l'axe, émerge par un canal percé dans l'autre pièce.

([1]) D'après la règle de Thomson, reprise par Weiss, lorsqu'on augmente proportionnellement toutes les dimensions et aussi le nombre des ampères-tours, le champ reste le même dans l'entrefer, et donc augmente dans le petit volume 3^{mm} sur 2^{mm}.

([2]) L'électro-aimant est excité seulement par le courant de la grande dynamo (1900 ampères) qui traverse la bobine *e g h i*. La bobine comprend 28 spires, de 20^{mm} de largeur et $0^{mm},3$ d'épaisseur, séparées par un intervalle moyen de $0^{mm},7$. Dans l'axe de la bobine sont les deux petits noyaux mobiles *a b c d*, terminés en tronc de cône, et séparés au centre par $1^{mm},7$; dans l'intervalle est l'étincelle de zinc dont la lumiere est envoyée au dehors par le petit miroir *n*. Les deux petits noyaux, une fois en place, sont entourés de tous côtés par le fer. Le pétrole arrive et sort par des trous percés dans le fer, et a, près de la bobine, la direction marquée par les flèches.

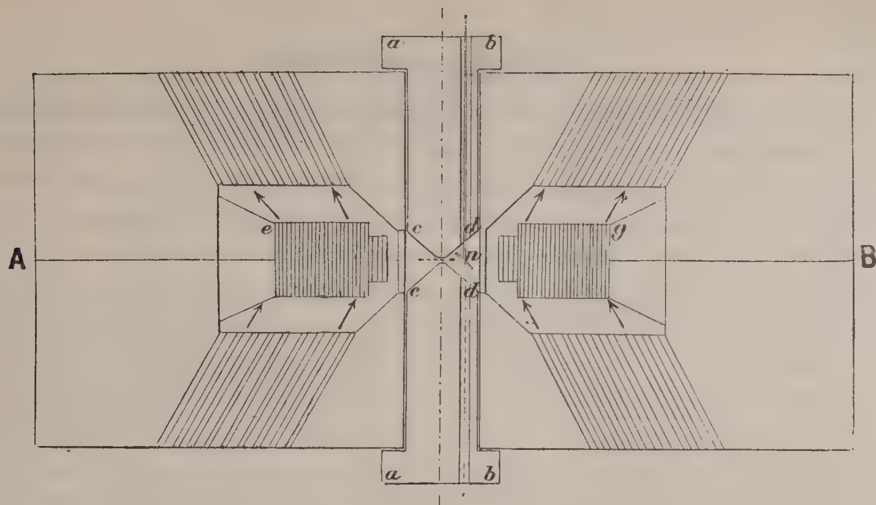


Fig. 3 (avec réduction de moitié). — Coupe suivant CD, et suivant l'axe de l'électro-aimant.



Fig. 4 (avec réduction de moitié). — Coupe suivant AB, perpendiculaire à l'axe de l'électro-aimant.

Cette disposition permet, sans démonter l'appareil, de modifier l'entrefer ou le déflagrateur ; on pourrait même y placer un tube de Plücker, facilité que ne présente pas l'appareil précédent. De plus, le courant de pétrole, qui côtoie le ruban de cuivre dans le sens de la largeur, y assure le refroidissement dans des conditions meilleures. Il rencontre seulement 20^{mm} de conducteur, alors que, en certains points, avec le premier appareil, il en rencontrait 50^{mm} : aussi nous estimons que la bobine aurait pu supporter 4000 ampères ; or, la dynamo nous a donné seulement 1900 ampères sous 42 volts, ce qui correspond à près de 50000 ampères-tours. La force magnétique sans le fer aurait été au centre voisine de 10000 gauss, et le champ magnétique a atteint 50500 gauss, les deux extrémités coniques étant, dans leur partie centrale sur un diamètre de 12^{mm}, constituées par du ferro-cobalt et séparées par $1^{mm},7$. Le courant de pétrole était seulement de $0^{m},60$ par seconde [1]; avec une vitesse du pétrole plus grande et 4000 ampères, le champ aurait dépassé 60000 gauss. Il est déjà intéressant d'avoir un champ de 50000 unités avec un électro-aimant de si petit volume et de si faible poids (environ 30^{kg}) et avec un creux de la bobine relativement large.

En résumé, nous avons abordé, par des expériences directes, l'accroissement des champs magnétiques actuels, et principalement avec l'aide de courants électriques. Le pétrole froid, employé comme isolant et réfrigérant, nous a donné de très bons résultats; il nous a permis d'atteindre des densités de courant et d'ampères-tours inconnues jusqu'ici, densités qui auront sans doute de nombreuses applications tant scientifiques qu'industrielles. Nous avons pu en effet loger dans un volume donné au moins 150 fois plus d'ampères-tours que nos devanciers dans les appareils antérieurs les plus perfectionnés.

Il est possible d'ailleurs de faire mieux encore avec un nombre plus grand de kilowatts et une disposition plus favorable des conducteurs, avec du pétrole mieux choisi, refroidi à une température plus basse, et avec un courant de pétrole plus rapide [2]. Mais la dépense sera beaucoup plus

---

[1] On peut, pour avoir un courant de pétrole plus rapide, essayer le remplacement des trous par une large ouverture annulaire; la forme de la masse de fer devra alors être modifiée et agrandie.

[2] Il convient de choisir un pétrole qui offre un grand écart entre les températures de solidification et d'évaporation, ou mieux d'épaississement et de point éclair, et qui, dans cet intervalle, ait une chaleur spécifique notable. A ce point de vue, le toluène a des avantages particuliers, mais son prix est élevé.

La machine frigorifique à ammoniaque sera remplacée avantageusement par une machine à acide carbonique qui abaisse la température à $-60°$. Enfin, il semble que la vitesse du courant de pétrole pourra atteindre facilement 10^{m} par seconde.

forte. Nous poursuivrons nous-mêmes ces améliorations, si nous pouvons avoir les ressources et crédits nécessaires.

MÉDECINE. — *A propos des vaccins antigonococciques.* Note de M. **E. Roux**.

MM. les Drs P. Mayoral et Pérez Grande, de Madrid, ont écrit à l'Académie au sujet d'une Note de MM. C. Nicolle et Blaizot. Leur lettre et les documents qui y étaient joints ont été soumis à mon examen.

MM. Mayoral et Pérez Grande, à propos de la Communication faite par MM. C. Nicolle et Blaizot à la séance du 24 novembre, rappellent que dans diverses publications, parues de 1910 à 1913 (1), sur la flore bactérienne des uréthrites, ils ont signalé dans l'uréthrite blennorrhagique, à côté du gonocoque, l'existence d'un coccus très semblable à lui, mais se teignant par la méthode de Gram et cultivant facilement sur les divers milieux. Cette bactérie est celle que MM. C. Nicolle et Blaizot décrivent dans leur Note comme satellite du gonocoque. MM. Mayoral et Pérez Grande pensent que le vaccin gonococcique réussit dans le traitement des complications de la blennorrhagie (épididymite, arthrite, etc.), parce que ces complications sont causées par le gonocoque qui passe seul dans le sang. Les mêmes vaccins donnent peu de résultats dans le traitement de l'uréthrite blennorrhagique, parce que dans cette affection le gonocoque est associé à d'autres microbes, hôtes ordinaires de la fosse naviculaire. Parmi eux se rencontre toujours le coccus dont il a été parlé plus haut, et parfois un petit bacille et une autre espèce de coccus. Aussi, les auteurs croient-ils qu'un vaccin efficace contre la blennorrhagie doit contenir les diverses espèces bactériennes constatées dans l'urèthre malade. Ils se sont servis avec succès d'un vaccin formé d'un mélange du gonocoque avec le coccus qui lui ressemble, mais qui ne se colore pas par la méthode de Gram. Leurs travaux sont antérieurs à ceux de MM. C. Nicolle et Blaizot qui n'en avaient pas eu connaissance.

COMMISSIONS.

MM. **Émile Picard** et **P. Painlevé** sont adjoints à la Commission des Poids et Mesures.

---

(1) Dr P. Mayoral, *La placenta como prima materia para la obtencion de medios de cultivo*. Madrid, mars 1910. — Dr P. Mayoral et Dr Pérez Grande, *Revista espeialides medicas*, 15e année, 1912; *Policlinica*, juin 1913, n° 6; juillet 1913, n° 7.

CORRESPONDANCE.

M. J. **Bœckel** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les courbes de Bertrand et les courbes à courbure constante.* Note [1] de M. **Gambier**.

1. Les courbes dont la courbure et la torsion sont liées par une relation linéaire comprennent :

1° les hélices circulaires et la cubique de M. Lyon;

2° les hélices tracées sur un cylindre quelconque;

3° les courbes à torsion constante;

4° les courbes à courbure constante et les courbes de Bertrand proprement dites.

Les courbes des deux premières classes peuvent être considérées comme connues. J'ai abordé l'étude de la dernière classe, me bornant aux courbes algébriques ou unicursales.

2. Il est bien clair que tout résultat relatif aux courbes à torsion constante est susceptible d'une généralisation pour les nouvelles courbes. Ces dernières possèdent en outre une propriété qui les distingue bien nettement des courbes à torsion constante : les cosinus directeurs de la normale principale s'expriment rationnellement au moyen des coordonnées du pied de cette normale et la connaissance d'une telle courbe entraîne la connaissance d'une autre, algébrique aussi (ou unicursale), à savoir celle qui admet les mêmes normales principales.

Soient donc, sur la sphère de rayon 1, la courbe lieu du point a, a', a''; σ l'arc de cette courbe; b, b', b'' les cosinus directeurs de la tangente à cette courbe; c, c', c'' le point qui décrit la courbe sphérique supplémentaire. Toute courbe de Bertrand est obtenue par les formules bien connues

$$X = \rho\left[\sin\omega\int a\,d\sigma - \cos\omega\int c\,d\sigma\right],$$

$$Y = \rho\left[\sin\omega\int a'\,d\sigma - \cos\omega\int c'\,d\sigma\right],$$

$$Z = \rho\left[\sin\omega\int a''\,d\sigma - \cos\omega\int c''\,d\sigma\right],$$

ρ, ω désignant deux constantes.

---

[1] Présentée dans la séance du 19 janvier 1914.

Quand la courbe de Bertrand est unicursale, deux seules hypothèses sont à considérer :

α. Ou bien la courbe a, a', a'' est elle-même unicursale et toutes les quantités $a, a', a'', b, b', b'', c, c', c'', \frac{d\sigma}{dt}$ sont exprimées rationnellement au moyen du paramètre t.

β. Ou bien $a, a', a'', c, c', c'', \frac{d\sigma}{dt}$ sont égales au produit de fractions rationnelles en t par une même racine carrée de fraction rationnelle en t; b, b', b'' sont encore rationnelles en t.

De toute façon, la courbe a, a', a'' est courbe de direction et les intégrales X, Y, Z portent sur des expressions rationnelles en t, bien qu'en apparence, il y entre un radical. Il suffit donc d'exprimer que les singularités logarithmiques, introduites par les points à l'infini de la courbe a, a', a'' disparaissent.

On voit aisément comment on doit généraliser pour les courbes simplement algébriques.

Les points à l'infini s'étudient exactement comme dans le cas des courbes à torsion constante.

3. La méthode que j'indique m'a permis d'obtenir de nombreux types de courbes unicursales, au moins dans la première hypothèse du numéro précédent.

J'ai retrouvé ainsi une famille de courbes unicursales réelles, à courbure constante, indiquées par M. Goursat, caractérisées par ce fait géométrique, que l'indicatrice des normales principales se réduit sur la sphère de rayon 1 à un petit cercle, section de cette sphère par un plan mené à une distance commensurable du centre. J'ai obtenu ce résultat curieux que les courbes de Bertrand unicursales fournies par la première hypothèse sont toutes imaginaires, au moins dans tous les cas où j'ai pu pousser la discussion jusqu'au bout; la question se pose de savoir si ce résultat est général. J'ai obtenu de nombreux types de courbes à courbure constante réelles. Par exemple, si le cône qui a pour sommet l'origine et pour directrice la courbe (a, a', a'') n'a, en commun avec le cône isotrope de même sommet, que deux génératrices dont les trois nombres p, q, i sont $q = p, i = 2(hn + p)$ (voir ma Note du 12 janvier 1914), on obtient des courbes unicursales à courbure constante réelles, pourvu que $p > hn$; il se trouve que, pour les courbes à torsion constante, c'est l'inégalité inverse $p < hn$ qui donne des courbes réelles.

Dans la seconde hypothèse, il y a avantage à partir de la considération de l'indicatrice des normales principales, cette courbe étant unicursale. L'exemple de M. Goursat met en évidence, même dans la première hypothèse, l'intérêt de cette courbe.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une famille de systèmes triplement orthogonaux*. Note de M. E. **Keraval**.

1. Le théorème sur les systèmes orthogonaux que j'ai donné récemment (*Comptes rendus*, 17 novembre 1913) comporte une réciproque qu'on peut énoncer ainsi :

Théorème. — *Si la famille de surfaces*

$$(\Sigma) \qquad \Sigma(x, y, z) = \text{const.}$$

fait partie d'un système triple et si l'une des familles d'asymptotiques de Σ *admet des surfaces trajectoires orthogonales*

$$u(x, y, z) = \text{const.},$$

il en est de même pour l'autre famille d'asymptotiques.

La démonstration est des plus simples. Il en résulte que si l'on sait à l'avance que les surfaces Σ possèdent pour l'une des familles de lignes asymptotiques des surfaces trajectoires orthogonales, il sera équivalent d'écrire qu'elles font partie d'un système triple ou d'écrire que la deuxième famille d'asymptotiques possède des surfaces trajectoires orthogonales. Or ce deuxième procédé conduit quelquefois à des calculs beaucoup plus simples que le premier. Par exemple, si l'on prend

$$z - F\left(\frac{y}{x}\right) = \text{const.}$$

pour surfaces Σ, le procédé que j'indique conduit à l'équation différentielle suivante où v désigne $\frac{y}{x}$:

$$(v^2+1)(F'F''' - 2F''^2) = 2F'(F' + vF''),$$

qu'on ramène de suite à l'équation de Riccati

$$\lambda' = \lambda^2 + \frac{2v}{v^2+1}\lambda + \frac{2}{v^2+1},$$

dont la solution est

$$\lambda = \frac{C - 2v}{v^2 - 1 - Cv},$$

C étant la constante d'intégration.

On trouve ainsi un système triple où les surfaces Σ ont pour équation $y = Kxe^z$, K étant la constante du système. Les autres systèmes Σ se déduisent de celui-là par homothétie de centre O ou rotation autour de Oz. Du reste ces systèmes sont compris comme cas particulier dans le suivant où les surfaces Σ ont pour équation

$$x^\alpha y^\beta = K e^z,$$

les lignes asymptotiques sont orthogonales à

$$x^2 + \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}}\, y^2 + 2\alpha z \left(1 - \sqrt{-\frac{\beta}{\alpha}}\right) = \text{const.},$$

et l'équation obtenue en changeant le signe de radical. Tous ces systèmes sont superposables à eux-mêmes par une translation.

2. Je vais maintenant indiquer une deuxième démonstration du théorème direct qui me conduira à différentes propriétés de tout système Σ. Supposons qu'on ait déterminé deux fonctions u et v telles que les courbes λ définies en égalant u et v à des constantes forment une congruence de courbes possédant des trajectoires orthogonales Σ. En chaque point de l'espace on peut calculer sur Σ les dérivées de z : p, q, r, s, t, au moyen de u, v et de leurs dérivées. Si l'on écrit que la normale à la surface u en un point A est tangente à l'une des lignes asymptotiques de la surface Σ qui passe en ce point on trouve en désignant par X, Y, Z les paramètres directeurs de la tangente à la courbe λ qui passe en A :

$$X\frac{\partial \Delta u}{\partial x} + Y\frac{\partial \Delta u}{\partial y} + Z\frac{\partial \Delta u}{\partial z} = 0,$$

$\Delta u = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$ est le paramètre différentiel de Lamé. Ainsi pour obtenir un système Σ il faut que

$$\frac{D(u, v, \Delta u)}{D(x, y, z)} = 0, \qquad \frac{D(u, v, \Delta v)}{D(x, y, z)} = 0.$$

Ces conditions qui sont nécessaires sont également suffisantes, car si l'on écrit que la surface $u(x, y, z) = a$, $v(x, y, z) = F(a)$, qui est formée de

courbes λ, partage en deux parties égales l'angle de u et de v, on trouve

$$\Delta u [F'(a)]^2 = \Delta v ;$$

or Δu et Δv sont des fonctions de u et de v; on a donc pour F' deux valeurs, d'où le système triple cherché qui n'est indéterminé que si Δu et Δv sont nuls, c'est le cas où les surfaces Σ sont des sphères; je vais revenir sur ce cas. De tout ceci on déduit facilement ce théorème :

Théorème. — *Si l'on désigne par ρ, ρ_1, ρ_2 les paramètres des trois familles d'un système triple où*

$$ds^2 = H^2\, d\rho^2 + H_1^2\, d\rho_1^2 + H_2^2\, d\rho_2^2,$$

la condition nécessaire et suffisante pour que ce soit un système Σ (Σ correspondant à ρ), c'est qu'il existe entre H_1 et H_2 une relation de la forme

$$\frac{A^2}{H_1^2} + \frac{B^2}{H_2^2} = C^2,$$

ABC *ne dépendant que de ρ_1 et ρ_2. Si C est nul, les surfaces Σ sont des sphères ou des plans. Si on laisse ce cas-là de côté, on peut faire* $C = 1$.

Si maintenant nous considérons le ds^2 d'une surface quelconque rapportée à ses lignes de courbure

$$ds^2 = H_1^2\, d\rho_1^2 + H_2^2\, d\rho_2^2,$$

et par θ l'angle aigu d'une ligne asymptotique avec l'arc $H_1\, d\rho_1$, on peut toujours poser

$$H_1 = \frac{A}{\cos\theta}, \qquad H_2 = \frac{B}{\sin\theta}.$$

J'ai trouvé une formule remarquablement simple pour les courbures $\frac{1}{\rho_0}$, $\frac{1}{\rho'_0}$ des lignes asymptotiques en un point

$$+\frac{\sin\theta\cos\theta}{AB}\left(\frac{\partial A}{\partial \rho_2} \pm \frac{\partial B}{\partial \rho_1}\right),$$

au signe près.

Dans un système Σ, A et B ne contiennent pas ρ, donc :

Théorème. — *Tout le long d'une trajectoire orthogonale λ, les deux expressions $\rho_0 \sin 2\theta$ et $\rho'_0 \sin 2\theta$, par suite $\frac{\rho_0}{\rho'_0}$, demeurent constantes.*

3. Enfin, je ferai remarquer que tout système triple où l'une des familles

est composée de sphères est un système Σ. Les surfaces trajectoires orthogonales des lignes asymptotiques des sphères sont les développables circonscrites au cercle de l'infini et qui passent par chaque courbe λ, trajectoire orthogonale des sphères. Chaque développable est orthogonale aux génératrices rectilignes qui l'engendrent.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelles Tables trigonométriques fondamentales*. Note de M. H. **Andoyer**.

J'ai déjà publié, en 1911, sous le titre *Nouvelles Tables trigonométriques fondamentales*, un Volume renfermant les logarithmes des lignes trigonométriques avec quatorze décimales, pour tous les angles du quadrant, de 10 en 10 secondes sexagésimales.

Je me suis proposé de compléter cette œuvre par la publication d'un nouveau Volume contenant cette fois les *valeurs naturelles* des sinus, tangentes et sécantes avec quinze décimales pour les mêmes angles.

L'utilité d'une telle publication peut paraître moins immédiate : il m'a semblé cependant qu'il y avait un intérêt scientifique incontestable à entreprendre la construction de ces nouvelles Tables. Comme les premières, en effet, elles pourront servir, en toute sécurité, de base vraiment solide à toutes les publications ultérieures du même genre, mais moins étendues, et par suite mieux appropriées à la pratique, chaque jour grandissante, des calculs effectués directement à l'aide de machines, sans l'intermédiaire des logarithmes.

On peut se demander encore si, une fois admise l'utilité de Tables étendues pour les valeurs naturelles des lignes trigonométriques, il était nécessaire de calculer à nouveau de telles Tables. Il suffira, pour être convaincu de cette nécessité, de passer brièvement en revue les Ouvrages originaux de cette nature dont nous disposons jusqu'à ce jour.

En premier lieu vient l'*Opus palatinum de triangulis*, commencé par G.-J. Rheticus, et terminé par L. Valentinus Otho (Neustadt, 1596). Cet Ouvrage contient les valeurs naturelles des lignes trigonométriques avec dix décimales de 10 en 10 secondes; mais la dernière décimale est presque toujours inexacte; les cotangentes et cosécantes des premiers degrés sont tout à fait erronées; les fautes typographiques sont innombrables.

Cependant dans quelques exemplaires, que je n'ai pu voir, de ce Livre extrêmement rare, les erreurs des premiers degrés ont été corrigées par B. Pitiscus.

A ce même Pitiscus, nous devons encore le *Thesaurus Mathematicus sive Canon sinuum* (Francfort, 1613).

Cet Ouvrage tout à fait rare, et pour ainsi dire introuvable, tout comme l'*Opus palatinum*, contient seulement les sinus des angles de 10 en 10 secondes, avec quinze décimales. La dernière décimale est douteuse ; la typographie est souvent défectueuse.

La *Trigonometria Britannica* de H. Briggs et H. Gellibrand (Gouda, 1633) fournit, de centième en centième de degré sexagésimal, les sinus avec quinze décimales, les tangentes et sécantes avec dix décimales ; la dernière décimale des sinus est douteuse.

Dans les *Tables du Cadastre* calculées de 1794 à 1799 sous la direction de G.-R. de Prony, mais non publiées, figurent les valeurs naturelles des sinus, de centième en centième du quadrant avec vingt-cinq décimales, et de minute en minute centésimale avec vingt-deux décimales. Enfin, en 1911, M. J. Peters a publié à Berlin une courte Table contenant les valeurs des sinus avec vingt et une décimales de 10 en 10 minutes sexagésimales pour tout le quadrant, et de seconde en seconde pour les 10 premières et les 10 dernières minutes.

Il résulte suffisamment de ces explications que, tout comme les Tables qui donnent les logarithnes des lignes trigonométriques, celles qui correspondent aux valeurs naturelles ont besoin d'être amenées à un degré plus élevé de perfection. C'est ce que je me suis proposé de faire, en suivant un plan entièrement semblable à celui que j'avais adopté précédemment, et en attribuant le même intérêt à chacune des diverses lignes trigonométriques.

J'ai adopté quinze décimales pour les Tables générales de 10 en 10 secondes, l'approximation étant portée plus loin dans les Tables particulières qui en sont la source. Comme précédemment, les calculs ont été fait entièrement à nouveau, sans emprunter quoi que ce soit à mes prédécesseurs, par moi seul, sans aucun auxiliaire, même mécanique. Mais comme ce nouveau travail est d'une étendue beaucoup plus considérable que l'ancien, j'ai dû y consacrer plus de temps; commencé à la fin de juin 1910, il ne sera entièrement terminé que dans 2 mois et demi.

J'ai pris les mêmes précautions minutieuses pour éviter toute erreur, de sorte que le manuscrit original doit être regardé comme entièrement correct : l'expérience déjà acquise m'a d'ailleurs permis d'abaisser encore la limite de l'incertitude sur la dernière décimale.

Dès que j'aurai écrit le dernier chiffre, l'impression, pour laquelle toutes les dispositions utiles sont déjà prises, commencera : les frais en seront couverts par une subvention qui m'a été généreusement accordée par le Conseil de la Faculté des Sciences et le Conseil de l'Université de Paris, sur les arrérages de la fondation Commercy.

Qu'il me soit permis d'ajouter que déjà, pour répondre aux précieux encouragements que je n'ai cessé de recevoir, je me préocupe d'achever

l'œuvre de revision et de perfectionnement que j'ai entreprise, en préparant le plan d'une nouvelle Table fondamentale pour les logarithmes des nombres : mais il serait prématuré d'entrer dans des détails à ce sujet.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le noyau symétrique gauche dans la théorie des équations intégrales.* Note de M. **Th. Anghelutza**, présentée par M. Émile Picard.

Un noyau $N(x, y)$ est symétrique gauche si l'on a

$$N(x, y) = -N(y, x).$$

M. Lalesco (1) établit directement les propriétés d'un tel noyau ; le but de cette Note est de montrer que ces propriétés sont des conséquences de celles du noyau symétrique, et que la résolution d'une équation intégrale à noyau symétrique gauche se ramène à celle d'une équation à noyau symétrique.

Soit en effet $N_1(x, y)$ le premier noyau itéré, il est symétrique et l'on a de plus

$$\int_a^b \int_a^b N_1(x, y)\, v(x)\, v(y)\, dx\, dy \leqq 0,$$

$u(x)$ étant une fonction arbitraire.

Il en résulte immédiatement :

1° Les valeurs caractéristiques de $N(x, y)$ sont purement imaginaires.

2° Il y a au moins deux valeurs caractéristiques qui sont imaginaires conjuguées.

3° Les pôles sont simples.

La résolution de l'équation intégrale

$$\varphi(x) - i\lambda \int_a^b N(x, s)\, \varphi(s)\, ds = 0 \qquad (1)$$

revient à trouver les fonctions $u(x)$ et $v(x)$ satisfaisant les équations

$$u(x) = -\lambda \int_a^b N(x, s)\, v(s)\, ds,$$
$$v(x) = \lambda \int_a^b N(x, s)\, u(s)\, ds$$

(1) *Comptes rendus*, t. 151, p. 1336.

ou les équations équivalentes

$$u(x) + \lambda^2 \int_a^b N_1(x, s)\, u(s)\, ds = 0,$$

$$v(x) = \lambda \int_a^b N\ (x, s)\, u(s)\, ds.$$

On remarque que les fonctions $u(x)$ et $v(x)$ sont deux solutions orthogonales de l'équation à noyau symétrique négatif

$$\psi(x) - \lambda \int_a^b N_1(x, s)\, \psi(s)\, ds = 0, \tag{2}$$

et que l'on a encore

$$\int_a^b u^2(x)\, dx = \int_a^b v^2(x)\, dx.$$

Si $i\lambda$ est une valeur caractéristique d'ordre n pour $N(x, y)$, $-\lambda^2$ sera une valeur caractéristique d'ordre $2n$, et alors on peut former $2n$ solutions orthogonales de l'équation intégrale (2)

$$u_1(x),\quad v_1(x);\qquad u_2(x),\quad v_2(x);\qquad \ldots;\qquad u_n(x),\quad v_n(x);$$

telles que

$$\varphi_1(x) = u_1(x) + i v_1(x),\qquad \ldots,\qquad \varphi_n(x) = u_n(x) + i v_n(x)$$

soient n solutions de l'équation intégrale (1).

L'inégalité généralisée de Bessel relative à l'équation (1) que M. Lalesco démontre [1] est donc l'inégalité de Bessel pour l'équation (2) à noyau symétrique.

Le développement d'une fonction d'après les fonctions fondamentales de (1) est un développement d'après le système orthogonal de (2).

Mais, quand on se propose de développer une fonction $f(x)$ de la forme

$$f(x) = \int_a^b N(x, s)\, h(s)\, dt,$$

d'après les fonctions fondamentales de (2), la convergence n'est prouvée que si l'on groupe de la manière suivante les fonctions fondamentales

$$\sum_1^\infty \left[\frac{h_n v_n(x) - h'_n u_n(x)}{\lambda_n}\right],$$

[1] Lalesco, *Introduction à la théorie des équations intégrales*, p. 77.

où

$$h_n = \int_a^b u_n(x)\,h(x)\,dx, \qquad h'_n = \int_a^b v_n(x)\,h(x)\,dx,$$

Si l'on a

$$N_1(x, y) = \sum_1^\infty \frac{u_n(x)\,u_n(y) + v_n(x)\,v_n(y)}{-\lambda_n^2},$$

la fonction $D(\lambda)$ de Fredholm relative à $N(x, y)$ est au plus de genre *un*, comme dans le cas symétrique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme.* Note de M. **Ernst Lindelöf**, présentée par M. Émile Picard.

1. Soient T un domaine fini du plan des z, limité par un seul contour C sans points multiples, $\zeta = f(z)$ une fonction qui donne la représentation conforme de l'intérieur de T sur l'intérieur du cercle $|\zeta| \leqq 1$, et $\varphi(\zeta)$ la fonction inverse de $f(z)$.

Dans un Mémoire récent (¹), M. Carathéodory a réussi à démontrer que la correspondance univoque et continue entre les points intérieurs des deux domaines s'étend aux points de leurs contours. La démonstration de M. Carathéodory a été simplifiée par M. Kœbe (Göttingen, 1913), à l'aide d'une extension du théorème de M. Schwarz relatif au prolongement analytique.

Mais toute cette question peut se ramener au principe classique suivant lequel une fonction monogène, régulière dans un certain domaine, atteint toujours sa plus grande valeur absolue sur la frontière de ce domaine. On arrive ainsi à une démonstration vraiment élémentaire.

2. Nous démontrerons d'abord que, *ζ tendant vers un point donné ζ_0 de la circonférence $|\zeta| = 1$ par des points quelconques pris à l'intérieur du cercle, la fonction $z = \varphi(\zeta)$ tendra toujours vers une seule et même valeur-limite.*

Admettons qu'il y ait deux valeurs-limites distinctes, z' et z''.

(¹) *Mathematische Annalen*, t. LXXIII, 1912 ; voir aussi un Mémoire de MM. Osgood et Taylor, inséré au Tome XIV des *Transactions of the American mathematical Society*, 1913. Je rappelle que les correspondances sur le contour ont été étudiées par M. E. Picard dans son cours dès 1888, en supposant que le contour est analytique et a des pointes [voir la *première* édition de son Traité d'Analyse (1893), et la *seconde* édition, t. II, p. 306].

Les points z' et z'' du plan des z sont situés sur le contour C et le divisent par suite en deux arcs distincts, C_1 et C_2.

Soient P_1 un point de l'arc C_1 et δ sa plus courte distance à l'arc C_2. Choisissons à l'intérieur de T un point a_1 dont la distance de P_1 soit $< \frac{\delta}{2}$, et de a_1 comme centre décrivons un cercle c_1 de rayon $\frac{\delta}{2}$. Ce cercle renferme intérieurement le point P_1, mais laisse en dehors tout point de l'arc C_2. Construisons de même un cercle, c_2, coupant C_2 mais laissant C_1 à l'extérieur, et ayant comme centre un point a_2 compris dans T. Joignons enfin a_1 et a_2 par une ligne continue L intérieure à T. Sur cette ligne $|f(z)|$ aura un maximum $m < 1$.

Soit τ_ρ le domaine commun aux cercles $|\zeta| < 1$ et $|\zeta - \zeta_0| < \rho$. Ayant fixé un nombre positif ε arbitrairement petit, on pourra trouver dans τ_ρ, quelque petit que soit ρ, deux points ζ'_ρ et ζ''_ρ tels que, si l'on pose $z'_\rho = \varphi(\zeta'_\rho)$, $z''_\rho = \varphi(\zeta''_\rho)$, on ait

$$|z'_\rho - z'| < \varepsilon, \qquad |z''_\rho - z''| < \varepsilon.$$

Joignons ζ'_ρ et ζ''_ρ par une ligne continue λ_ρ comprise dans τ_ρ. A λ_ρ correspondra dans le domaine T une ligne continue l_ρ reliant les points z'_ρ et z''_ρ.

Les points z' et z'' se trouvent séparés par les cercles c_1 et c_2 et la ligne L, et il en est donc de même des points z'_ρ et z''_ρ si ε est suffisamment petit. Or, si l'on suppose

$$\rho < 1 - m,$$

la ligne l_ρ, qui joint z'_ρ et z''_ρ, n'a aucun point commun avec L; elle doit donc traverser l'un des cercles c_1 et c_2, sans toucher à L. Nous admettrons que l_ρ traverse le cercle c_1.

Le cercle c_1 est divisé par l_ρ en différents domaines connexes.

Soit Ω celui de ces domaines qui renferme le centre a_1 du cercle; Ω est compris dans l'intérieur de T, et son contour se compose de certains arcs de la circonférence c_1 et de la ligne l_ρ.

D'autre part la circonférence c_1 découpe sur C_1 certains arcs, dont l'un AB renferme le point P_1. Soit v l'angle $A a_1 B$. Parmi les arcs de l_ρ qui font partie du contour de Ω il y en aura toujours un, $A_\rho B_\rho$, tel que l'angle $A_\rho a_1 B_\rho$ renferme intérieurement l'angle v. Choisissons l'entier n de sorte que $\frac{2\pi}{n} \leqq v$ et posons

$$e^{\frac{2\pi i}{n}} = \omega.$$

3. Après ces préliminaires, nous allons considérer la fonction

$$\overline{f}(z) = f(z) - \zeta_0.$$

Elle est holomorphe dans le domaine Ω, contour compris, et son module y est inférieur à 2; de plus on a $|\overline{f}(z)| < \rho$ sur les arcs du contour de Ω qui font partie de l_ρ.

Posons maintenant, en modifiant un peu une méthode employée par d'autres auteurs, par exemple par M. Painlevé dans sa thèse,

$$z_\nu - a_1 = \omega^\nu (z - a_1), \qquad \overline{f}(z_\nu) = \overline{f}_\nu(z),$$

et formons le produit

$$F(z) = \overline{f}(z)\overline{f}_1(z)\ldots\overline{f}_{n-1}(z).$$

La fonction $\overline{f}_\nu(z)$ est holomorphe dans le domaine Ω_ν qu'on obtient en faisant tourner Ω de l'angle $-\nu.\frac{2\pi}{n}$ autour du point a_1. Donc $F(z)$ est holomorphe dans la portion commune Ω_0 des domaines $\Omega, \Omega_1, \ldots, \Omega_{n-1}$ qui renferme le point a_1. Or le contour de Ω_0 se compose exclusivement d'arcs faisant partie de la ligne l_ρ ou de ses transformées par les rotations considérées ci-dessus.

D'après ce qui a été dit de $\overline{f}(z)$, on aura donc sur tout ce contour, et par suite aussi à l'intérieur du domaine Ω_0,

$$|F(z)| < 2^{n-1}\rho.$$

Pour $z = a_1$, cette inégalité devient

$$|f(a_1) - \zeta_0|^n < 2^{n-1}\rho.$$

Comme cette conclusion subsiste quelque petit que soit ρ, on devrait donc avoir $f(a_1) - \zeta_0 = 0$, ce qui n'est pas vrai puisque $|f(a_1)| \leqq m < 1$ tandis que $|\zeta_0| = 1$. La proposition énoncée au début du n° 2 est donc exacte. Par un raisonnement analogue, on prouve que, inversement, à un point donné du contour C correspond un point et un seul de la circonférence $|\zeta| = 1$, et la démonstration est achevée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des séries de fonctions analytiques.* Note de M. **Georges Rémoundos**, présentée par M. Émile Picard.

1. Je me propose ici de faire connaître des généralisations de quelques théorèmes de MM. Montel, Carathéodory, Landau et Schottky, sur les familles et les séries de fonctions holomorphes dans un domaine D n'y prenant ni la valeur o, ni la valeur 1. Ma généralisation consiste en ce que le domaine d'holomorphie est remplacé par un domaine dans lequel les fonctions peuvent avoir un nombre fini de points critiques algébriques.

J'ai établi les théorèmes suivants :

Théorème I. — *Étant donnés un domaine connexe* D *du plan* z *et des points quelconques* $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_\mu$ (*μ étant fini*) *situés à son intérieur, si nous considérons toutes les fonctions* $f(z)$ *qui possèdent les trois propriétés suivantes :* (α') *elles sont algébroïdes à un nombre fixe* ν *de branches finies dans le domaine* D; (β') *elles ne prennent dans* D *ni la valeur* o, *ni la valeur* 1; (γ') *elles n'admettent pas, à l'intérieur du domaine* D, *d'autres points critiques que les points* $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_\mu$.

Ces fonctions $f(z)$ *forment une famille normale; c'est-à-dire : de toute suite infinie de fonctions de la famille, nous pouvons extraire une nouvelle suite infinie convergeant uniformément, dans tout domaine* D_1 *intérieur à* D, *vers des fonctions finies dans* D *ou vers la constante infinie, dont le nombre total de branches est égal à* ν.

C'est une généralisation d'un important théorème de M. Montel [*Sur les familles de fonctions analytiques qui admettent des valeurs exceptionnelles dans un domaine* (*Annales de l'École Normale*, t. XXIX, novembre 1912, p. 497-501)].

2. Avant d'énoncer les autres théorèmes, je tiens à rappeler les définitions de la convergence des séries de fonctions multiformes, que j'ai données dans des Notes antérieures.

Soit

$$f_1(z),\quad f_2(z),\quad \ldots,\quad f_n(z),\quad \ldots \tag{1}$$

une série de fonctions algébroïdes à ν branches finies dans un domaine D.

Si, dans cette série, nous remplaçons chaque terme par une de ses branches, la série ainsi obtenue sera appelée *branche* de la série (1).

Nous dirons que la série (1) converge en un point $z = z_0$, s'il existe ν branches convergeant en $z = z_0$.

Nous dirons que la série (1) converge uniformément dans D, s'il existe ν branches de la série convergeant uniformément dans D.

THÉORÈME II. — *Soit $f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z), \ldots$, une série de fonctions algébroïdes à ν branches finies (ν fixe) dans un domaine* D, *dans lequel elles n'admettent comme points singuliers (points critiques) que certains points fixes $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_\mu$ (μ fini) et supposons que les fonctions de la série ne prennent dans le domaine* D *ni la valeur* 0 *ni la valeur* 1.

Si cette série converge en une infinité de points ayant un au moins point limite dans l'intérieur de D, *elle converge dans tout le domaine; de plus, elle converge uniformément, dans l'intérieur de* D, *vers des fonctions algébroïdes et finies dans* D *(dont le nombre total de branches est égal à ν).*

C'est une généralisation d'un important théorème de MM. Carathéodory et Landau [1], se rattachant à un autre de M. Vitali [2].

THÉORÈME III. — *Soit* (F) *une famille de fonctions algébroïdes à ν branches finies dans un cercle de rayon* R, *dont le centre est le seul point critique. Si nous supposons que les fonctions de la famille ne prennent, dans ce cercle, ni la valeur* 0 *ni la valeur* 1 *et que les valeurs de toutes ces fonctions au centre du cercle sont en module inférieures à un nombre fixe α, leur module est, dans le cercle concentrique de rayon θR $(0 < \theta < 1)$, inférieur à un nombre fixe* $M(\alpha, \theta)$ *ne dépendant que des α et θ.*

C'est une généralisation d'un théorème, par lequel M. Landau [3] a complété un autre de M. Schottky [4].

3. Les théorèmes énoncés dans cette Note montrent que le rôle que joue,

---

(1) *Beitrage zur Konvergenz von Functionenfolgen* (*Sitzungsberichte der kön. preus. Akademie der Wissenschaften*, t. XXVI, 1911).

(2) *Sopra le serie di funzioni analitiche* (*Rendiconti del R. Ist. Lombardo*, t. XXXVI, 1903, p. 772).

(3) Voir H. BOHR und E. LANDAU, *Ueber das Verhalten von $\zeta(s)$ und $\zeta_k(s)$ in der Nähe der Geraden $\sigma = 1$* (*Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschafften zu Göttingen*, 1910).

(4) *Ueber den Picardschen Satz und die Borelschen Ungleichungen* (*Sitzungsberichte der kön. preus. Acad. der Wissenschaften*, t. XLII, 1904, p. 1244-1262).

dans les familles de fonctions analytiques, l'existence de trois valeurs exceptionnelles (∞, 0 et 1 par exemple), subsiste même dans le cas où le domaine renferme un nombre fini de points critiques algébriques des fonctions.

En modifiant légèrement les définitions de convergence ci-dessus données, nous pouvons donner aux trois théorèmes de cette Note une forme plus générale en considérant des familles de fonctions dont le nombre de branches, au lieu d'être fixe, n'est assujetti qu'à la condition d'être au plus égal à un nombre fixe ν.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les congruences d'ordre supérieur.* Note de M. A. **Châtelet**, présentée par M. Émile Picard.

Il existe d'assez grandes analogies entre la théorie des équations algébriques et celle des congruences à une inconnue relativement à un module premier p; ces analogies sont encore augmentées par l'introduction des imaginaires de Galois. Mais elles ne persistent pas complètement quand on passe au cas d'un module p^h; la congruence peut alors avoir plus de n racines [n degré de son premier membre $f(x)$]; en se bornant même au cas de p premier, la ressemblance n'est pas parfaite; si $p < n$, la congruence ne peut avoir n racines distinctes. Toutefois ces différences se présentent avec un caractère assez net d'anomalies ou d'exceptions ([1]), et il est naturel de chercher à les faire disparaître. On peut y arriver, au moins partiellement, en ne se bornant pas à l'étude d'une seule congruence, mais en étudiant simultanément tous les polynomes déduits de $f(x)$ par une transformation de Tsirnchausen, $dy = \varphi(x)$, [d entier, $\varphi(x)$ à coefficients entiers et de degré $n-1$].

I. Considérons donc un tel système de polynomes $g(x)$, déduits de $f(x)$, supposé irréductible. On peut se borner à l'étude de ceux de ces polynomes où le coefficient de x^n est 1, c'est-à-dire aux polynomes ou équations fondamentales des entiers complexes du corps défini par une racine de $f(x)$. (Pour en faire l'étude, suivant un module M, il suffira de conserver celles de ces équations, qui sont incongrues, suivant ce module.)

([1]) Ceci a notamment été indiqué, dans un article récent des *Annales de l'École Normale*, par M. Rados, qui a bien fait ressortir que, pour une congruence donnée, les modules p ou p^h, pour lesquels se présente l'une des circonstances précédentes, sont en nombre fini.

Nous dirons alors qu'une solution a de

$$f(x) \equiv 0 \pmod{M}$$

est *régulière*, s'il lui correspond des solutions b, ..., des congruences $g(x) \equiv 0$, ... telles que a, b, ... vérifient, suivant le module M, les relations entières, à coefficients entiers, qui existent entre les racines correspondantes de f, g, ... Pour vérifier qu'une racine est régulière, il suffit évidemment de le vérifier pour $n-1$ équations dont les racines constituent, avec 1, une base des entiers du corps. Une solution sera dite, de même, *régulièrement multiple*, d'ordre k, si $(x-a)^k$ et les binomes correspondants divisent, suivant le module M, $f(x)$ et les polynomes correspondants.

Ces définitions, qui sont en somme relatives aux diviseurs du premier degré de $f(x)$, s'étendent sans difficulté, au cas de diviseurs, suivant le module M, de degré supérieur irréductibles ou non suivant le même module. On peut aussi remplacer cette notion de diviseurs par celle d'imaginaires de Galois.

2. Moyennant ces conventions, on peut établir les résultats :

Un polynome $f(x)$ est décomposable, *d'une seule façon*, suivant le module p^h (p premier), en un produit de diviseurs réguliers, irréductibles, suivant le module. (La somme des degrés des diviseurs est le degré de f.)

De tout diviseur $P(x)$, régulier et simple, suivant le module premier p on peut déduire, pour tout module p^h, un diviseur de même degré m, régulier, irréductible et simple $[P_1(x) \equiv P(x)\,(p)]$. Si $P(x)$ est régulièrement multiple d'ordre k, aucun des polynomes congrus à P, suivant p, n'est diviseur régulier pour p^h, mais on peut trouver un tel diviseur, irréductible, de degré mk, et simple suivant le module p^h parmi les polynomes congrus à $[P(x)]^k$. Si $mk = n$, ce nouveau diviseur coïncide avec le polynome $f(x)$.

On déduit de là des résultats analogues pour un module composé, $M = p^h q^{h'}, \ldots$; il suffit de remarquer qu'à toute combinaison de diviseurs $P(x)$, $Q(x)$, ... suivant les modules respectifs $p^h, q^{h'}, \ldots$, correspond un diviseur suivant M, de degré égal au plus grand des degrés, régulier et irréductible, si P, Q le sont aussi.

3. L'étude des congruences est évidemment en rapport étroit avec celle des corps algébriques [1]; les résultats précédents fournissent des condi-

---

[1] Ce fut même l'un des points de départ de M. Dedekind pour sa théorie des facteurs du discriminant (*Abh. der Ges. der Wiss. zu Gött.*, 1878-1882).

tions et des règles très simples pour la formation et la multiplication des *idéaux entiers* d'un corps; je me contenterai d'en indiquer ici quelques-unes.

Si $f(x), g(x), \ldots$ sont $n-1$ équations, dont les racines correspondantes $\alpha, \beta, \ldots$ forment, avec 1, une base des entiers du corps et si a est une solution régulière de $f(x) \equiv 0, (p^h)$ et $b, \ldots$ les solutions correspondantes des autres polynomes, les entiers complexes :

$$(1) \qquad (p^h, \alpha - a, \beta - b, \ldots),$$

forment une *base d'un idéal* $\mathfrak{P}$ de norme p^h (si $h=1$, l'idéal est premier). S'il existe une deuxième solution régulière $a', b', \ldots$, le *produit des idéaux* $\mathfrak{P}, \mathfrak{P}'$ ainsi obtenus a pour base

$$(2) \qquad (p^h, p^h\alpha, \beta - B\alpha - B', \gamma - C\alpha - C', \ldots),$$

B, B′, C, C′, ... étant définis par les systèmes de congruences

$$\begin{matrix} B' + Ba \equiv b \\ B' + Ba' \equiv b' \end{matrix} \pmod{p^h}, \qquad \begin{matrix} C' + Ca \equiv c \\ C + Ca' \equiv c' \end{matrix} \pmod{p^h}, \qquad \ldots,$$

et a, a' supposés différents (mod p^h).

On obtiendrait de même pour trois facteurs

$$(3) \qquad (p^h, p^h\alpha, p^h\beta, \gamma - C\beta - C'\alpha - C'', \ldots),$$

et ainsi de suite.

Dans le cas d'un diviseur régulier, irréductible de degré 2, $P(x)$, on peut ramener la question au cas précédent, en introduisant les imaginaires de Galois, solutions de $P(x)$, mod p^h. On obtiendrait ainsi deux bases de la forme (1), à coefficients imaginaires et qui pourraient être considérés comme définissant des *idéaux de Galois*. Pour revenir aux termes réels, il suffit de considérer le produit qui est de la forme (2); de même pour un diviseur de degré supérieur.

Si a est solution simple, le *carré de l'idéal* $\mathfrak{P}$ a pour base

$$(p^{2h}, \alpha - a^*, \beta - b^*, \ldots),$$

a^*, b^*, étant la solution, mod p^{2h}, déduite de $a, b, \ldots$. Si a est régulièrement multiple d'ordre k (alors $h=1$), le carré de $\mathfrak{P}$ s'obtient en appliquant au produit $\mathfrak{P} \times \mathfrak{P}$ la règle donnée ci-dessus pour le cas de facteurs différents. La base est de la forme (2), on en conclut que $\mathfrak{P}^2$ divise $[p]$; il en est de même des puissances successives jusque $\mathfrak{P}^k$.

On trouve également des règles simples pour les bases et les produits des idéaux de normes quelconques. Enfin, on peut encore retrouver ainsi la formation de la *différente* ou *idéal fondamental* et la propriété des diviseurs du discriminant, seuls modules pour lesquels les congruences aient des diviseurs régulièrement multiples.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur la solution analytique du problème restreint des trois corps.* Note de M. G. ARMELLINI.

1. Dans son Mémoire sur le problème des trois corps ([1]), M. Sundman considère trois points m_0, m_1, m_2 dénués d'impénétrabilité. Il appelle r_0, r_1, r_2 les trois distances et il choisit une nouvelle variable indépendante ω donnée par l'équation

$$\text{(1)} \qquad \frac{dt}{d\omega} = \left(1 - e^{-\frac{r_0}{l}}\right)\left(1 - e^{-\frac{r_1}{l}}\right)\left(1 - e^{-\frac{r_2}{l}}\right) \qquad (t = 0 \text{ pour } \omega = 0).$$

M. Sundman suppose que le moment de la quantité du mouvement du système ne soit pas nul et il démontre alors, quel que soit le nombre des chocs parmi les trois corps :

a. Qu'il existe une correspondance biunivoque et continue entre les valeurs réelles de t et les valeurs réelles de ω; et qu'on a $\lim\limits_{t=\pm\infty} \omega = \pm\infty$ et $\lim\limits_{\omega=\pm\infty} t = \pm\infty$;

b. Que les coordonnées et le temps t sont des fonctions de ω, holomorphes dans une bande comprise entre deux droites parallèles renfermant l'axe réel.

Si l'on demande l'holomorphisme seulement aux environs de l'axe réel (ce qui est utile dans beaucoup de cas), on peut simplifier beaucoup l'expression de la dérivée du temps à l'égard de la variable indépendante. Je vais indiquer ici un exemple frappant, en démontrant que, dans le problème restreint, nous pouvons égaler cette expression à une fonction linéaire des distances r_2.

2. Supposons donc que la masse m_0 soit infiniment petite et que m_1 et m_2 se meuvent circulairement autour de leur centre de gravité; prenons comme unité de longueur la distance $m_1 m_2$, comme unité de masse $m_1 + m_2$

([1]) *Acta math.*, t. XXXVI.

et choisissons l'unité de temps de manière que le coefficient attractif devienne égal à 1. Appelons r_1 et r_2 les distances $m_0 m_1$ et $m_0 m_2$ et posons

$$(2) \qquad \frac{dt}{d\mu} = r_1 + r_2 - 1 \qquad (t = 0 \text{ pour } \mu = 0).$$

Je dis que :

3. *A une valeur réelle de t correspond toujours une valeur réelle de* μ *et inversement; et qu'on a* $\lim\limits_{t=\pm\infty} \mu = \pm\infty$ *et* $\lim\limits_{\mu=\pm\infty} t = \pm\infty$.

Pour le voir, appelons t_1 une valeur réelle du temps; si, de $t = 0$ jusqu'à $t = t_1$, il n'y a pas de chocs, le théorème est évident.

Dans le cas contraire, soit τ l'instant où a lieu le premier choc : supposons, par exemple, entre m_0 et m_1. Nous pourrons, avec M. Sundman, choisir λ de manière que, de $t = \tau - \lambda$ jusqu'à $t = \tau$, on ait

$$(3) \qquad |\sqrt{m_1}| < \left|\sqrt{r_1}\frac{dr_1}{dt}\right|.$$

On a donc

$$(4) \qquad |\mu_{t=\tau}| \leqq \left|\int_{t=0}^{t=\tau-\lambda} \frac{dt}{r_1 + r_2 - 1}\right| + \left|\sqrt{m_1}\int_{t=\tau-\lambda}^{t=\tau} \frac{\sqrt{r_1}}{r_1 + r_2 - 1}\, dr_1\right|.$$

Pour $t = \tau$ la fonction dans la deuxième intégrale devient infinie d'ordre $\frac{1}{2}$ à l'égard de r_1; $\mu_{t=\tau}$ est donc finie. Mais, comme on sait, de $t = 0$ jusqu'à $t = t_1$, le nombre des chocs est certainement limité; $\mu_{t=t_1}$ sera donc fini. En tendant t vers $\pm\infty$, μ tendra aussi vers $\pm\infty$; en effet la quantité $r_1 + r_2 - 1$ peut, au plus, devenir infinie de premier ordre à l'égard de t. Inversement il s'ensuit qu'à chaque valeur finie et réelle de μ correspond une valeur finie et réelle de μ et qu'on a $\lim\limits_{t\pm\infty} \mu = \pm\infty$.

4. *Les coordonnées de* m_0 *et le temps sont des fonctions de* μ *holomorphes aux environs de l'axe réel quel que soit le nombre des chocs.*

J'imaginerai, comme le fait M. Sundman, nos corps dénués d'impénétrabilité et je supposerai aussi que m_0 se meuve sur le plan de l'orbite de m_1 et m_2, quoique cela ne soit pas nécessaire. Soit μ_0 une valeur réelle de μ et t_0 la valeur correspondante (toujours réelle et finie) de t. Si à l'instant t_0, r_1 et r_2 sont différentes de zéro, les coordonnées de m_0 et le temps sont évidemment développables en séries de puissances de $\mu - \mu_0$. Supposons, au contraire qu'une de ces distances, par exemple r_1, soit nulle et appelons ϑ l'angle formé à chaque instant par le rayon vecteur r_1 avec la droite $m_1 m_2$.

L'intégrale des forces vives nous donne

$$(5)\quad \frac{dr_1}{d\mu} = \sqrt{\left(2h + r_1^2 + \frac{2m_1}{r_1} + \frac{2m_2}{r_2} - 2m_1 r_1 \cos\vartheta\right)(r_1 + r_2 - 1)^2 - r^2\left(\frac{d\vartheta}{d\mu}\right)^2},$$

où h est une constante, et l'on a

$$(6)\qquad r_2 = \sqrt{1 + r_1^2 - 2r_1 \cos\vartheta}.$$

Mais, aux environs d'un choc, en posant $\sqrt{r_1 = \rho}$, on a, comme il est bien connu,

$$(7)\qquad \vartheta = a_0 + a_1\rho + \alpha_2\rho^2 + \ldots,$$

$$(8)\qquad \frac{d\vartheta}{dt} = -1 + b_1\rho + b_2\rho^2 + \ldots,$$

d'où

$$(9)\qquad \frac{d\vartheta}{d\mu} = (r_1 + r_2 - 1)(-1 + b_1\rho + b_2\rho^2 + \ldots).$$

Il s'ensuit que, d'après des calculs élémentaires,

$$(10)\qquad \frac{d\rho}{d\mu} = c_0 + c_1\rho + c_2\rho^2 + \ldots.$$

Par le théorème de Cauchy et par la condition (2) nous avons alors

$$(11)\qquad \begin{aligned} \rho^2 = r_1 &= \mathrm{K}_2(\mu - \mu_0)^2 + \mathrm{K}_3(\mu - \mu_0)^3 + \ldots, \\ t &= t_1 + \chi_3(\mu - \mu_0)^3 + \chi_4(\mu - \mu_0)^4 + \ldots. \end{aligned}$$

On ne peut pas cependant déduire de ce raisonnement l'existence d'une bande de largeur constante. Mais le résultat obtenu est utile dans beaucoup de cas, et la simplicité de l'expression de $\frac{dt}{d\mu}$ est précieuse.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la résistance des limiteurs de tension à intervalle explosif.* Note de M. **Swyngedauw**, transmise par M. A. Blondel.

Un limiteur de tension idéal doit satisfaire à plusieurs desiderata. Il faut notamment : 1° qu'une étincelle y jaillisse dès que la tension aux bornes de l'appareil à protéger dépasse une certaine valeur U_0 déterminée à l'avance; 2° que, pendant la durée de l'étincelle, la tension ne monte pas au delà de U_0; 3° il faut que l'énergie du réseau qui passe par l'étincelle soit aussi

faible que possible. A la condition 2° correspond la détermination de la résistance efficace du limiteur.

La plus grande incertitude règne actuellement sur la valeur à donner à cette résistance et chaque constructeur propose des valeurs différentes, généralement de l'ordre de plusieurs milliers d'ohms pour des tensions de 10000 volts.

a. L'étude scientifique a été abordée par M. Giles, qui détermine cette résistance par cette condition de rendre impossible les oscillations du circuit simple constitué par l'association en série de la résistance du limiteur, l'inductance $\mathcal{L}$ d'une phase de l'alternateur et la capacité C de cette dernière supposée localisée à l'étoile. On trouve ainsi que la résistance doit être supérieure à $R = 2\sqrt{\frac{\mathcal{L}}{C}}$.

Cette conception est rationnelle dans le cas où l'on envisage les instants qui suivent la rupture du courant par le disjoncteur de l'alternateur aux bornes duquel est branché le limiteur. Elle conduit à adopter pour cette résistance des valeurs très élevées de l'ordre de 10000 ohms, avec les alternateurs actuels.

b. Si l'on considère l'oscillation libre du réseau branché sur l'alternateur, au moment de la fermeture de l'interrupteur, le système oscillant n'est pas aussi simple que celui considéré; on en a toutefois une idée schématique suffisante en le considérant comme formé d'un condensateur, de capacité égale à la capacité C′ par rapport au sol d'une des lignes du réseau, et d'une double dérivation; l'un des circuits dérivés est constitué par l'inductance d'une phase de l'alternateur insérée en série avec la capacité de cette dernière; l'autre circuit dérivé est la résistance du limiteur en série avec celle de l'étincelle. Une résistance de l'ordre de R est tellement grande par rapport à l'impédance de l'alternateur que la presque totalité du courant oscillatoire du système passe par l'enroulement de l'alternateur; le shunt est inefficace.

La période du courant oscillatoire est alors celle d'un système formé par deux condensateurs en cascade, l'un de capacité égale à celle de la ligne, l'autre de capacité égale à celle de l'enroulement de l'alternateur, les deux armatures isolées de ces condensateurs étant jointes par l'inductance de l'alternateur et celle de la ligne.

Si l'on fait abstraction de l'inductance de la ligne, cette oscillation, à cause de la grande valeur de la capacité des lignes par rapport à celle des enroulements, a une période voisine de la période de résonance $2\pi\sqrt{\mathcal{L}C}$, que M. Giles voulait éviter.

Pour réduire le courant qui parcourt l'alternateur dans ce cas dangereux, il faudrait donner au limiteur une résistance inférieure à la résistance équivalente de l'alternateur pour les courants oscillatoires considérés. C'est bien ce que montre l'expérience [1]; cette résistance est considérablement plus petite que celle déterminée par la formule de M. Giles.

c. Outre cette oscillation de la tension entre bornes et terre il y a lieu de considérer l'oscillation de la tension entre bornes, car lorsque deux étincelles éclatent simultanément à deux limiteurs, le système des lignes connectées entre elles par les deux phases correspondantes de l'alternateur en étoile et ces dernières shuntées par les résistances des limiteurs, forme un nouveau système oscillatoire qu'on peut considérer schématiquement comme constitué par un condensateur, de capacité égale à celle entre lignes, aux bornes duquel est branchée une double dérivation, dont l'une des branches est formée par les deux phases en série et l'autre par le limiteur.

Si l'on désigne par $\mathcal{L}'$ l'inductance des deux enroulements en série, par i' le courant qui y passe, par R' la résistance totale des limiteurs insérée entre lignes, par i'' le courant qui y circule, par C' la capacité entre lignes du réseau, par i le courant de décharge, on peut écrire, en choisissant convenablement les signes et désignant par u' la tension entre bornes,

$$(1) \qquad i = i' + i'' = -C'\frac{du'}{dt},$$

$$(2) \qquad u' = \mathcal{L}\frac{di'}{dt} = R'i''.$$

On déduit de ces équations :

$$\frac{d^2u'}{dt^2} + \frac{1}{R'C'}\frac{du'}{dt} + \frac{u'}{\mathcal{L}'C'} = 0.$$

La tension u' ne sera pas oscillante si

$$R' < \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mathcal{L}'}{C'}}.$$

On se rend compte aisément que R' est considérablement plus petite que celle R proposée par M. Giles, en observant que si $\mathcal{L}''$ est de l'ordre de grandeur de $\mathcal{L}$, au contraire C' est considérablement plus grand que C.

Cette résistance est de l'ordre d'une centaine d'ohms pour les alternateurs et les réseaux modernes.

---

[1] Giles, *Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, janvier 1911.

Or, pour de pareilles résistances le limiteur laisserait passer un courant tel que l'arc amorcé ne s'éteindrait plus.

Afin d'éviter ce dernier inconvénient et de conserver une résistance suffisamment faible pour être vraiment efficace pendant la surtension, il y a lieu d'insérer en dérivation un certain nombre de limiteurs, par exemple sous la forme indiquée dans la soupape Giles.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la possibilité d'un arc alternatif dans la vapeur de mercure.* Note de MM. **Eugène Darmois** et **Maurice Leblanc** fils, présentée par M. E. Bouty.

On sait depuis Cooper Hewitt que l'arc au mercure dans le vide fonctionne comme soupape pour le courant alternatif.

Cette découverte a permis la réalisation du convertisseur à vapeur de mercure, appareil qui, aux points de vue du rendement et de la puissance, ne le cède en rien actuellement aux commutatrices.

Le convertisseur comprend comme pièce principale l'ampoule, où l'on a fait un vide aussi avancé que possible. Dans les convertisseurs pour courant alternatif monophasé, l'ampoule porte deux électrodes en charbon ou en fer (anodes) et une électrode en mercure (cathode). Les deux anodes sont reliées respectivement aux deux extrémités du secondaire d'un transformateur, le point milieu du secondaire (pôle négatif du convertisseur) est relié à la cathode (pôle positif) à travers les appareils d'utilisation et par l'intermédaire d'une bobine de self. Une fois l'arc allumé l'ampoule laisse seulement passer le courant dans le sens anode-cathode; pendant une alternance, le courant passe d'une anode à la cathode; pendant l'autre alternance, il passe par l'autre anode; il conserve ainsi au sortir de la cathode un sens constant.

Le voltage continu donné par le convertisseur est un peu inférieur à la moitié du voltage secondaire du transformateur. Il existe actuellement des appareils donnant une tension continue de 5000 volts avec une seule ampoule, *ce qui correspond entre anodes à une tension alternative de* 12000 *volts efficaces.* Le courant redressé atteint 6 à 7 ampères. Entre cathode et anode, le courant est insignifiant (inférieur à 10^{-5} ampère).

La découverte de Cooper Hewitt semblait entraîner comme conséquence l'impossibilité d'un arc alternatif dans la vapeur de mercure et par suite la construction d'une lampe à mercure à courant alternatif [1].

---

[1] Il existe actuellement des lampes à vapeur de mercure fonctionnant sur circuit

Il semblait qu'un tel arc ne serait possible que pour des voltages très élevés et des fréquences beaucoup plus grandes que les fréquences industrielles ([1]). Nous avons réussi à trouver des conditions où il est possible de maintenir, *pour de basses fréquences et des voltages modérés*, un arc alternatif dans la vapeur de mercure. Nous décrirons une expérience simple qui permet de réaliser un tel arc.

Le tube employé (en quartz) est semblable à celui que nous avons décrit précédemment pour la lampe en quartz sans espace vide intérieur ([2]). Le tube où doit se produire l'arc (diamètre 12^{mm}; longueur 25^{cm}) a ses deux extrémités rapprochées au contact et soudées sur deux réservoirs à mercure (électrodes) qui sont en communication avec l'atmosphère. Le tube est plein de mercure au début de l'expérience. Les deux électrodes sont reliées aux deux pôles d'une source alternative à 50 périodes donnant au minimum 600 volts. On intercale en série avec le tube une self-induction permettant de réduire le courant de court circuit à 2,5 ampères environ. Il suffit, pour allumer l'arc, de rompre la colonne de mercure en son milieu (en faisant bouillir le mercure de la façon décrite). L'arc s'allume et peut occuper toute la longueur de la boucle; il brûle ainsi sous une pression supérieure de quelques centimètres à la pression atmosphérique. Nous donnerons les caractéristiques suivantes relatives à une expérience :

Volts circuit alternatif	800 volts
Volts aux bornes de la self	620 »
Volts aux bornes de l'arc	350 »
Courant dans l'arc	2,1 ampères
Consommation dans l'arc	630 watts
Intensité lumineuse ... environ	3000 bougies
Consommation spécifique en watts par bougie	0,21 watt

Aux deux points de vue, consommation et puissance lumineuse, cet arc est tout à fait comparable aux meilleurs arcs à courant continu.

---

alternatif. Ces lampes sont de véritables convertisseurs à vapeur de mercure. Un modèle avec tube en verre a été décrit par l'un de nous (*Revue électrique*, 7 février 1913). Un modèle avec tube en quartz a été décrit par F. Girard (*Electrotechnische Zeitschrift*, 4 juillet 1912).

([1]) D'après d'anciennes expériences d'Arons (*Wied. Ann.*, t. LVII, p. 185), il serait impossible de rallumer un arc au mercure à courant continu en appliquant de nouveau la tension $\frac{1}{100000}$ de seconde après l'extinction.

([2]) E. Darmois et M. Leblanc (Société française de Physique, séance du 11 juin 1912).

Le tracé des courbes de courant et de tension montre qu'on a affaire à un véritable arc alternatif, les deux alternances étant séparées par une période d'extinction qui, dans les conditions de l'expérience ci-dessus, est d'environ $\frac{1}{1000}$ de seconde.

L'obtention d'un tel arc n'est pas limitée au cas de la lampe spéciale décrite plus haut. *Il est possible d'amorcer un arc entre deux électrodes séparées par un espace vide.* L'amorçage de l'arc dans ce cas, aussi bien que son fonctionnement normal une fois la lampe allumée, présentent des particularités que nous nous occupons d'éclaircir.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les couples à flammes chlorées.* Note de M. G. Moreau, présentée par M. E. Bouty.

Quelques corps, en particulier le chlore et le brome, mélangés aux gaz des flammes, ont la propriété de modifier notablement la force électromotrice d'un couple à flammes.

I. La série [1]

Pt nu — Flamme F_1 — Flamme F_2 — Pt recouvert d'oxyde alcalino-terreux

possède une force électromotrice, comprise, suivant l'oxyde, entre 0,55 et 0,70 volt, le platine nu étant positif, les flammes identiques et pures, et les électrodes à 1400°. Si dans la flamme F_1, qui touche le platine nu dont la température ne change pas, on pulvérise de l'eau bromée, la force électromotrice augmente avec la concentration en brome jusqu'à une valeur limite supérieure d'environ 0,55 volt à la valeur initiale. Elle retombe à cette valeur initiale dès que la flamme redevient pure. Avec le chlore on observe une variation semblable et la même limite. Le chloroforme, le tétrachlorure de carbone, mélangés au gaz qui alimente la flamme F_1, agissent de façon analogue.

II. Pour la série mixte [2]

Pt nu — Flamme F_1 salée — Flamme F_2 pure — Pt oxyde,

---

(1) Moreau, *Comptes rendus*, 17 nov. 1913.
(2) Moreau, *Comptes rendus*, 1er déc. 1913.

qui diffère de la précédente par l'introduction d'une vapeur saline dans F_1, la force électromotrice croît également par le mélange du corps actif et de la vapeur saline. Voici les valeurs de l'augmentation maxima ΔE observées sous l'action du chloroforme, avec différents sels de potassium, l'oxyde étant la chaux. La concentration C du sel est évaluée en molécule-litre de la solution vaporisée dans la flamme :

K^2CO^3	$C = 1$	$\Delta E = 0,56$ volt
KOH....................	1	0,49 »
$KAzO^3$....................	$\frac{1}{16}$	0,58 »
KCl....................	1	0,53 »
KBr....................	$\frac{1}{2}$	0,52 »
KI....................	1	0,62 »

Quel que soit le sel, la variation limite est sensiblement la même, 0,55 volt. Avec le chlorure de carbone, on trouve aussi cette valeur.

III. L'explication du phénomène découle du fait suivant : La série [1]

Pt froid — Flamme pure — Pt chaud

présente une force électromotrice de 0,55 volt, donnée par la formule $E = \frac{J_p}{e}$ où J_p est la demi-force vive moyenne normale d'un corpuscule de charge e, qui sort du platine chaud. Cette force électromotrice diminue et tend vers zéro, dès que l'un des corps actifs est introduit dans la flamme. Celui-ci s'oppose à la sortie des corpuscules et annule J_p. J'avais déjà signalé antérieurement [2] le fait analogue, que le rayonnement corpusculaire des oxydes alcalino-terreux est diminué par le chlore et le brome. Dans les couples des paragraphes I et II, le rayonnement de l'électrode de platine est annulé par le corps actif, et la force électromotrice augmente de la même valeur $\frac{J_p}{e}$.

IV. Pour la mesure de J_p avec la série mixte à flamme salée, on peut craindre une variation du contact des deux flammes par le corps actif. Celui-ci, en effet, modifie la conductibilité d'une flamme pure ou salée dans

(1) *Loc. cit.* (1re note).

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, t. XXIV, 1911.

une proportion variable avec la nature du sel. Avec les sels de sodium, l'ionisation devient cinq fois plus grande; elle est doublée pour les sels alcalino-terreux. Elle est faiblement diminuée chez les sels de potassium et de rubidium. Il se produit en même temps, fait déjà signalé par plusieurs observateurs, une variation notable du spectre d'émission de la flamme. Pour n'avoir pas à se préoccuper du contact, il vaut mieux se servir des séries à sels de potassium. On trouve ainsi les nombres du Tableau ci-dessus. Ils conduisent, pour la vitesse moyenne d'émission des corpuscules du platine, à la valeur $\frac{4,4.10^7}{\text{cm : sec}}$, qui concorde avec celle obtenue dans l'étude des couples à électrode froide [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les températures minima de recuit.* Note de MM. **Hanriot** et **Lahure**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les lois du recuit sont mieux connues que celles de l'écrouissage. Elles ont été étudiées par un grand nombre de chercheurs dont les principaux sont : Thurston, Praslon, A. Le Chatelier, Charpy, Grard, Rose.

La méthode la plus habituellement suivie par ces auteurs consistait à déduire les progrès du recuit des variations que subissent la charge de rupture ou l'allongement de fils ou de lames de métal écroui chauffés à des températures croissantes.

L'un de nous a montré précédemment que les variations des charges de rupture ou d'allongement n'offrent que peu de sensibilité pour les faibles écrouissages; aussi ai-je pensé qu'il serait intéressant de reprendre l'étude du recuit en suivant ses variations par des mesures de dureté à la bille.

Nous avons retrouvé par cette méthode les principales lois du recuit déjà formulées par nos prédécesseurs et qui peuvent se résumer ainsi :

1° Le recuit n'est pas un phénomène instantané; il tend vers une limite qui n'est atteinte qu'au bout d'un temps souvent fort long et qui caractérise la température de recuit.

2° Lorsqu'on fait varier celle-ci, le recuit est d'autant plus complet et d'autant plus vite atteint, que la température est plus élevée.

---

(1) *Loc. cit.* (1re note).

La conséquence de cette dernière loi est que, dans l'industrie aussi bien que dans les expériences de laboratoire, on a tendance à exagérer les températures de recuit, sans doute pour en diminuer la durée. Dans ce qui va suivre, nous avons, au contraire, cherché à déterminer les températures minima où commence le recuit.

Celles-ci varient avec l'écrouissage initial du métal. Nous avons recuit complètement des lames d'argent pur, puis nous les avons soumises à des passes, au laminoir, variables pour chacune d'elles, de façon à leur communiquer des écrouissages différents, puis nous les avons chauffées à températures déterminées pendant 4 heures en notant leurs variations de dureté.

Température en degrés C.	Duretés à la bille.						
15	77,5	65,5	57,7	50	48	41,5	28,4
78	77,5	65,5	57,7	50	48	41,5	28,4
100	**74,1**	65,5	57,7	50	48	41,5	28,4
111	60,5	**60,5**	57,7	50	48	41,5	28,4
137	49,8	55,5	**55,5**	50	48	41,5	28,4
142	37,6	53,3	49,6	**48**	48	41,5	23,4
158	36	50,5	49,6	46	**46**	41,5	28,4
210	35,3	46,1	43	43	44,5	**40,2**	28,4
222	27	36,4	40,2	40,2	41,6	37,6	»

On voit par ce Tableau que les températures de début du recuit sont beaucoup plus basses qu'on ne pourrait le supposer, puisque l'argent le plus écroui est déjà modifié à la température de 100° maintenue pendant 4 heures; de plus, la température du début varie considérablement avec l'écrouissage initial; dans l'expérience ci-dessus, elle a varié de 100° à 210°.

Le métal le plus écroui présente une particularité spéciale : non seulement il commence à se recuire à la température la plus basse, mais son recuit s'accélère au point que, à égalité de température, sa dureté est inférieure à celle des métaux précédemment moins écrouis que lui.

Le zinc et l'aluminium ont présenté des phénomènes analogues.

Nous nous sommes alors demandé si la durée de 4 heures que nous avions adoptée pour déterminer la limite inférieure du recuit était suffisante et si une chauffe plus longue ne pourrait pas encore l'abaisser.

Nos expériences ont porté sur le zinc et l'argent. Des lames de ces métaux, fortement écrouies, étaient chauffées à température invariable pendant des temps croissants; à chaque fois, on mesurait les duretés de ces lames. Voici les résultats obtenus avec le zinc :

Durées.	Duretés à la bille. 66°.	78°.	100°.	125°.	200°.
0	32,2	30,4	33,1	32,2	34,2
10 minutes	»	»	»	31,3	26,3
20 »	»	»	33,1	30,4	24,2
40 »	»	»	31,3	29,5	23,5
1 heure	»	»	30,4	27,7	22,9
2 heures	»	»	29,5	26,3	22,4
3 »	»	30,4	28,6	25,3	21,3
4 »	»	30	26,3	24,5	»
5 »	»	20,5	»	»	»
9 »	»	27,7	»	»	»
13 »	»	26,3	»	»	»
15 »	32,2	26,3	26,3	24,5	21,3

On voit combien il importe de prolonger la durée de la chauffe pour constater le recuit à basse température. Si nous nous étions contentés de chauffer pendant 3 heures, nous aurions conclu qu'à 78° le zinc n'est pas modifié, tandis qu'au bout de 13 heures il a subi un recuit considérable; l'argent se comporte de même : une lame, d'une dureté de 57,7, n'a pas varié par un recuit de 7 heures à 100°; au bout de 14 heures, sa dureté était devenue 49,6 et s'est maintenue à ce chiffre après une chauffe de 50 heures.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les chlorures d'iridium.* Note de M. **Marcel Delépine**, présentée par M. Armand Gautier.

Dans une Note antérieure, j'ai montré que diverses substances, désignées sous les noms de *tétrachlorure*, *trichlorure hydraté* et *trichlorure anhydre d'iridium*, avaient en réalité des formules différentes de celles qu'on leur assigne [1]. Depuis, j'ai entrepris sur ces soi-disant chlorures, ainsi que sur le chlorure préparé par Leidié dont je ne m'étais pas occupé, un certain nombre de recherches que je vais résumer. Les expériences, dont il est question, ont été commodément exécutées au moyen du four tubulaire de M. Armand Gautier [2], muni d'un pyromètre à couple fer-constantan.

I. En premier lieu, j'ai traité par le gaz chlorhydrique une des ces poudres jaunes qu'on obtient par action de l'acide sulfurique sur les chloro-

[1] M. Delépine, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 60.
[2] A. Gautier, *Comptes rendus*, t. 130, 1900, p. 628.

iridites. Je rappelle que Claus [1] croyait que c'était du trichlorure anhydre, alors que ce sont des substances complexes où entrent, à côté du chlorure d'iridium, de l'acide chlorhydrique, de l'acide sulfurique et de l'eau, en quantités variables avec les circonstances de la préparation. L'un de ces corps, préparé à 200°, fut donc porté à 200°, 300°, 400°, 450°, 500° dans un courant de gaz chlorhydrique sec pendant une heure au moins. Il en résulta, sans grand changement de couleur, des variations progressives de composition qui se traduisirent par le départ de l'acide sulfurique, de presque toute l'eau et presque tout l'acide chlorhydrique que contenait le composé initial en plus de $IrCl^3$, de sorte que la composition se rapprocha de plus en plus de cette dernière formule. Voici quelques analyses :

	300° (1 h.).	400° (6 h.).	450° (1 h. 5).	500° (1 h.).	Calculé pour $IrCl^3$.
Ir pour 100.........	63,35	64,05	63,93	64,25	64,47
Cl pour 100.........	35,79	35,50	35,49	35,39	35,53

A 600°, il y a un commencement de décomposition avec dégagement de chlore et formation d'un mélange de métal réduit et de chlorure d'iridium anhydre, insoluble.

Il semble que les corps obtenus, même à 500°, ne sont pas du chlorure anhydre, mais des corps limites de formule $IrCl^3, mHCl, nH^2O$, où n et surtout m sont de petites fractions de l'unité, suivant mon opinion qu'il s'agit de chlorures condensés comparables aux oxydes condensés (fer, zinc, iridium, etc.).

Les chlorures obtenus jusqu'à 500° se distinguent notamment du chlorure anhydre par leur hygroscopicité et leur solubilité, propriétés qui font défaut chez ce dernier chlorure. Leur solubilité n'est pas immédiate; suivant la température où ils ont été préparés, il faut, à froid, de 2 à 4 jours pour qu'on la perçoive et une huitaine pour qu'elle soit complète; au bain-marie bouillant, la dissolution est perceptible au bout de 8 à 10 minutes et achevée après environ deux fois ce laps de temps.

II. Les solutions aqueuses des chlorures préparés à 400°, 450°, 500° peuvent être concentrées; le résidu peut être redissous et évaporé de nouveau à froid ou à chaud, sans qu'il y ait de perte d'acide chlorhydrique.

---

[1] A. Claus, *J. f. prakt. Chem.*, [1], t. 80, 1860, p. 80.

On obtient ainsi une masse noire sous une épaisseur suffisante, faiblement hygroscopique, dont la composition, après dessiccation à 100°, est très voisine de $IrCl^3, 1,5H^2O$.

Le chlorure irideux hydraté est soluble en jaune verdâtre dans l'eau et l'alcool; il se conduit vis-à-vis du nitrate d'argent comme un acide en donnant un précipité de composition $IrCl^3, AgOH$ (à 110°), ce qui s'interprète aisément, ainsi que je l'ai déjà proposé, par la tautomérisation d'un H^2O en $(OH)H$ acide.

Les solutions traitées par l'eau de chlore se colorent en vert bleu; bouillies avec l'acide chlorhydrique ou un chlorure alcalin, elles donnent rapidement les réactions de l'acide chloro-irideux ou de ses sels. A froid, ces transformations paraissent demander un temps considérable. Il y a là tout un chapitre de cinétique qui ferait ressortir maints rapprochements entre la chimie de l'iridium et celle des composés organiques.

III. Les chlorures dont il est question en I ayant une couleur claire, il m'a semblé peu probable que le chlorure irideux anhydre préparé par Leidié [1], en faisant passer du chlore à 440° sur le chloro-iridate d'ammonium et décrit par lui comme une matière vert noirâtre, fût ce chlorure pur. En fait, j'ai constaté qu'à 420°, 440°, 450° et 500°, les produits obtenus ont une couleur très foncée, mais cela est dû à ce qu'ils contiennent un peu de tétrachlorure (moins de 1 pour 100 de chlore actif par KI), tandis qu'à 600° on arrive au chlorure $IrCl^3$ de couleur jaune marron clair.

La couleur foncée est bien due à de l'iridium tétravalent, car les chlorures qui la présentent sont ramenés à la couleur marron par divers réactifs; notamment, la solution d'iodure de potassium les attaque avec mise en liberté d'iode; l'hydrogène gazeux à 60°-65° les change en chlorure de couleur claire avec dégagement d'acide chlorhydrique formé aux dépens du chlore qui excède $IrCl^3$.

Je m'occupais, subsidiairement, de la chloruration directe de l'iridium, lorsqu'une publication de MM. Wöhler et Streicher sur ce sujet m'a dispensé de poursuivre ces recherches [2]. J'indiquerai seulement que ces auteurs disent, comme Leidié, que le chlorure irideux anhydre est inattaqué par les alcalis; il faut préciser, dans ce cas, en disant alcalis peu concentrés, car

---

(1) E. Leidié, *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 1249.

(2) L. Wöhler et S. Streicher, *Berichte der d. chem. G.*, t. XLVI, 1913, p. 1578 et 1720.

les alcalis très concentrés, au bain-marie, transforment rapidement ce chlorure en oxyde bleu d'iridium soluble dans l'acide chlorhydrique.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur le rôle de la magnésie dans les cycles sédimentaires.* Note de M. **Michel Longchambon**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai cherché à montrer, dans une Note précédente ([1]), que la formation des dolomies pyrénéennes sédimentaires semble en relation avec les érosions intenses qui ont suivi les phases orogéniques calédonienne et hercynienne. Une telle liaison entre la sédimentation carbonatée magnésienne et les phases de plissement me paraît assez générale et susceptible, en outre, d'interprétation. La démonstration de cette proposition implique la *nécessité d'éliminer avec soin les dolomitisations accidentelles, filoniennes ou hydrothermales*, et de distinguer, dans les descriptions, les dolomies véritables des calcaires plus ou moins magnésiens, appelés souvent dolomies. Je dois donc me contenter d'esquisser ici une démonstration. D'autre part, j'élimine pour le moment les plissements américains, bien qu'ils soient très suggestifs, car leur compréhension implique un examen critique, par trop long, des Mémoires de Daly ([2]) et des conséquences qu'en a tirées Steidtmann ([3]) pour l'origine des dolomies. Je prendrai donc des exemples en Europe :

A. *Phase post-huronienne.* — Au-dessus des *grès de Torridon*, en Écosse, repose la puissante série, en grande partie *dolomitique*, des calcaires de Durness. Dans le nord de la Norvège, le système de Raipas est un complexe formé de quartzites, de schistes argileux et de *dolomies.*

Les formations siluriennes carbonatées sont, par contre, très généralement calcaires.

B. *Phase post-calédonienne.* — Les plissements post-gothlandiens sont suivis d'une sédimentation détritique intense qui a accumulé, pendant le Dévonien, les *grès rouges* des régions nord-atlantiques et, d'une façon plus générale, des *arkoses, grès et poudingues*, un peu partout pendant l'Eodévonien. La sédimentation carbonatée, qui

---

([1]) Michel Longchambon, *Sur la sédimentation carbonatée et la genèse des dolomies dans la chaîne pyrénéenne* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 131).

([2]) R.-A. Daly, *The Evolution of Limestone* (*Bull. Geol. Soc. of America*, t. XX, 1909).

([3]) E. Steidtmann, *The Evolution of Limestone and Dolomite* (*The Journal of Geology*, t. XIX, nos 4 et 5, 1911).

commence surtout avec la transgression mésodévonienne, donne une proportion importante de *dolomie*, soit sous forme de lentilles dans les schistes, soit sous forme de bancs épais qui envahissent des étages entiers (Livonie, Courlande, Massif schiteux Rhénan, Montagne Noire, Pyrénées).

La proportion de carbonate de magnésie diminue beancoup dans le Dinantien et les calcaires dolomitiques sédimentaires semblent manquer dans le Moscovien.

C. *Phase post-hercynienne.* — C'est à ce moment que commencent les plissements hercyniens, bientôt suivis d'une érosion énergique. Les conséquences ne tardent pas à s'en faire sentir : tandis qu'en Saxe on rencontre, dès le Stéphanien, une puissante série de *schistes rouges*, dans la Russie centrale et le Timan, la mer ouralienne dépose des *dolomies* sur les calcaires crayeux ou oolithiques moscoviens. Puis les *schistes et grès rouges permiens* couvrent des surfaces considérables et lorsque la sédimentation devient moins détritique, que les carbonates peuvent prendre une certaine importance, c'est le Zechstein puis le Trias avec leurs masses puissantes de dolomies. Ce facies envahit, en de très nombreux points, le Rhétien et l'Hettangien. Dans le nord de l'Espagne et les Pyrénées, où le principal plissement primaire ne s'est produit qu'après le Permien inférieur, il y a un décalage des phénomènes. Le facies *grès rouge* envahit une partie du Trias et l'influence de ces apports tardifs d'éléments de désintégration se traduit par les schistes et les calcaires magnésiens du Lias pyrénéen, par les dolomies liasiques de l'Aragon, puis par les dolomies bajociennes et bathoniennes des Pyrénées.

Au contraire, après la grande extension continentale, sans mouvements orogéniques importants, de la fin du Jurassique, les diverses transgressions marines crétacées sont caractérisées par des formations carbonatées calciques.

Je pense qu'il y a dans ces faits, même grossièrement schématisés, des coïncidences qui doivent retenir l'attention et il me paraît, en outre, que l'influence des phases orogéniques peut s'interpréter assez simplement, en s'appuyant sur un certain nombre de propositions que je me contente d'énoncer :

1° Les sédiments qui, à un moment donné, se déposent dans la mer sont empruntés, en dernière analyse, aux masses continentales. Leurs éléments sont emmenés en dissolution ou entraînés en suspension.

2° Sous l'action des eaux atmosphériques, les roches sont lessivées et perdent facilement leur chaux, qui est finalement amenée à la mer. La magnésie et les alcalis sont bien déplacés aussi, mais ces bases ne partent que très difficilement; elles entrent dans des édifices nouveaux et plus stables (talc, serpentine, zéolithes, ...) [1].

---

[1] Voir en particulier P. TERMIER, *Sur le graduel appauvrissement en chaux des roches éruptives basiques de la région du Pelvoux* (*Comptes rendus*, t. 124, 1897,

3° Ces phénomènes de simple lessivage des continents sont surtout importants pendant les phases de grande extension continentale, mais sans hauts reliefs, c'est-à-dire éloignées des périodes orogéniques. Il en résulte un enrichissement de la mer en sels de chaux, et les transgressions marines qui succèdent à de telles phases doivent être caractérisées par une sédimentation carbonatée surtout calcique.

4° Après une phase de plissements intenses, il se produit une énergique désintégration mécanique des roches et un important entraînement en suspension des éléments de celles-ci ; en outre, une attaque chimique de ces masses énormes de matériaux variés les amène à l'état d'un résidu de quartz, de sesquioxyde de fer et d'argile, donnant ainsi naissance aux grès et schistes rouges. Un rôle capital dans cette action doit être joué par l'eau de mer, dont le pouvoir dissolvant sur les silicates est beaucoup plus grand que celui de l'eau atmosphérique ([2]). Il en résulte, de toute façon, que la plus grande partie des bases que renfermaient les roches passe en dissolution (chaux, magnésie, alcalis).

5° La mer, s'étant enrichie non plus seulement en chaux, mais aussi en magnésie, pourra déposer à la fois du carbonate de chaux et du carbonate de magnésie. Leur combinaison molécule à molécule sera facilitée par le fait qu'elle est exothermiqu e.

Il ne résulte d'ailleurs pas forcément, de ce qui précède, qu'il doive se produire un enrichissement *général* de la mer en magnésie ; il se peut fort bien que cette base, extraite de son support siliceux, n'ait agi que *localement*, dans le voisinage immédiat des amas détritiques ou, plus ou moins loin, à la faveur des courants marins.

6° Les considérations précédentes ne préjugent en rien des réactions intermédiaires qui ont amené finalement la constitution de la molécule $CO^3Ca - CO^3Mg$ et qui sont du domaine de la Chimie expérimentale. Elles montrent seulement qu'on doit envisager comme probables des variations périodiques dans les proportions relatives des sels contenus dans la mer.

---

p. 633) ; *Sur l'élimination de la chaux par métasomatose dans les roches éruptives de la région du Pelvoux* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 3e sér., t. 26, 1898, p. 164).

([1]) J. Joly, *Expériences sur la dénudation par dissolution dans l'eau douce et dans l'eau de mer* (*C. R. Cong. géol. intern.*, *Paris*, 1900, p. 774).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La présure du* Rhizopus nigricans. Note de M. **Maurice Durandard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Beaucoup de moisissures coagulent le lait, et notamment l'*Aspergillus niger*, le *Sterigmatocystis nigra*, le *Penicillium glaucum*, divers *Mucor*, le *Rhizopus Delemar* et le *Rhizopus nigricans*.

Dans un travail récent, M. Sée a indiqué les temps nécessaires à la coagulation d'un lait acide, neutre ou alcalin sur lequel ont été ensemencés quelques-uns de ces champignons.

Le *Rhizopus nigricans*, entre autres, a coagulé en 7 jours le lait neutralisé, c'est-à-dire placé dans les conditions où peut être admise la présence d'une présure (1).

Poursuivant nos expériences sur les diastases des Mucorinées, nous avons été amené à notre tour à rechercher chez le *Rhizopus nigricans* la présure et les lois de son action, selon la méthode décrite dans une Note antérieure (2). Cette technique nous a permis d'opérer avec le suc, dilué et filtré, de la moisissure, et de manier la diastase elle-même, appliquant ainsi à son étude les procédés habituellement employés dans ce genre de recherches.

Trois voiles adultes, lavés, pesant après fort essorage $51^{g},55$, ont été broyés à la molette et exprimés à la presse. Le jus diastasifère obtenu a été filtré et ajouté à 5^{cm^3} de lait bouilli (préalablement sensibilisé par $CaCl^2$) selon les proportions : $3^{cm^3},2$; $1^{cm^3},6$; $0^{cm^3},8$; $0^{cm^3},4$; $0^{cm^3},2$; $0^{cm^3},1$; $3^{cm^3},2$ bouillis, dans des tubes A, B, C, D, E, F, G.

Tous les mélanges étaient ramenés au même volume par les quantités complémentaires de jus bouilli. Portés au thermostat à 50°, ils ont coagulé dans les temps suivants : A, $1^{m}2^{s}$; B, $2^{m}24^{s}$; C, 6^{m}; D, 12^{m}; E, 24^{m}; F, 48^{m}; G, après 7 heures, pas de coagulation. L'acidité à la phénolphtaléine, exprimée en liqueur normale sulfurique, était de $0^{cm^3},29$, dont 0,12 pour les $3^{cm^3},2$ de jus et 0,17 pour les 5^{cm^3} de lait.

Dans une deuxième expérience nous avons réduit les quantités de diastase en diluant le jus au quart dans de l'eau chlorurée sodique à 20 mol-mg par litre. L'acidité du mélange est tombée de ce fait à $0^{cm^3},20$. Dans ces conditions moins favorables, la coagulation a été beaucoup plus lente : *a* a demandé 20^{m}, *b* 41^{m}, *c* 132^{m}. A la dose

(1) Lorsque des moisissures poussent sur le lait, on peut observer dans certains cas une coagulation locale à la partie supérieure du liquide, au contact du voile. Cette coagulation est due à une plus grande concentration en acide oxalique excrété par le champignon. C'est là une cause d'erreur qu'il est nécessaire de signaler.

(2) Durandard, *L'amylase du* Rhizopus nigricans (*Comptes rendus*, septembre 1913).

$0^{cm^3},4$ (*d*), les phases de la coagulation sont trop lentes pour permettre l'évaluation exacte du temps, qu'on peut limiter cependant entre 5 et 7 heures. Sept heures après la mise au thermostat, *e* et *f* n'ont pas coagulé. Ils y sont laissés pendant toute la nuit, et *e* est trouvé coagulé environ 22 heures après le début de l'expérience.

Influence de la température. — Un liquide diastasifère obtenu dans les mêmes conditions que précédemment, avec cette variante que chaque voile a été broyé sous 15^{cm^3} d'eau chlorurée sodique, a servi à établir l'influence de la température.

Des tubes contenant 5^{cm^3} de lait bouilli sensibilisé par $CaCl^2$ et $3^{cm^3},2$ de liquide diastasifère ont été portés respectivement aux températures suivantes : 10°, 20°, 30°, 35°, 40°, 45°, 50°, 55°, 60°, 65°. Les coagulations ont demandé les temps suivants : 10°, après 7 heures, pas de coagulation ; 20°, 48^m ; 30°, 21^m ; 35°, 11^m ; 40°, 10^m ; 45°, 8^m15^s ; 50°, 7^m45^s. A 55°, l'extrême lenteur de la coagulation ne permet pas d'en préciser le temps ; un granité excessivement ténu apparaît vers la fin de la sixième heure, mais la coagulation n'est complète que plusieurs heures après l'apparition de ce granité. A 60° et à 65°, il n'y a pas de coagulation après 7 heures.

Les tubes qui avaient été soumis pendant 7 heures aux températures de 10°, 60°, 65° sont alors portés à 50°. Le tube ex-10° coagule instantanément et le coagulum se prend en bloc presque immédiatement. S'il m'est permis d'employer une image, c'est une coagulation explosive. Les tubes ex-55° et ex-60°, retirés après 15 heures à 50°, n'avaient pas subi la moindre modification.

A quoi doit être imputée l'extrême rapidité de la coagulation du tube ex-10° ? A une action de la présure à 10°, ou à une influence favorable du froid sur la diastase elle-même, influence qui se manifestera lorsqu'on mettra cette diastase en présence du lait à la température optima ? Pour éclaircir ce point, nous avons fait l'expérience suivante : un tube A contenant 5^{cm^3} de lait bouilli sensibilisé + $3^{cm^3},2$ de liquide diastasifère, un tube B contenant seulement 5^{cm^3} de lait bouilli sensibilisé, un tube C contenant seulement $3^{cm^3},2$ de liquide diastasifère, ont été, le lendemain, laissés pendant le même temps que la veille à une température de 10°. Puis le contenu de C a été ajouté à celui de B, et les deux tubes portés immédiatement à 50°. Le tube A a présenté la coagulation explosive. Le tube BC a coagulé en 8 minutes. Avant l'expérience, un essai A′ de la puissance diastasique de la liqueur avait donné 11 minutes comme temps de coagulation. Remarquons en passant que la diastase, vieille de 24 heures, avait perdu de sa puissance. Il se passe donc, à 10°, sous l'influence de la diastase, des phénomènes d'ordre physique mettant les molécules de caséine dans un état d'équilibre tel que leur agrégation ultérieure à 50° devient instantanée. Et cela suffit probablement à expliquer la coagulation explosive. Mais si l'on compare les temps de A

et de A′, on voit aussi que la température de 10° agit favorablement sur les liquides séparés, diminuant de plus d'un quart le temps nécessaire à la coagulation. Nous sommes en droit de supposer que cette influence favorable s'exerce sur la diastase, et ceci est à rapprocher des faits signalés par Wiesner et montrant l'influence excitatrice qu'exercent sur la germination des graines les températures extrêmes.

De cette étude nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Il existe une présure, et même très active, dans le mycélium du *Rhizopus nigricans*. Cette présure, qui obéit à la loi de Segelck-Storch pour des doses suffisantes, s'en écarte sensiblement pour des doses très faibles.

2° Son action, optima à 50°, presque aussi intense à 45°, est encore très grande à 45°, puis diminue rapidement pour être apparemment nulle à 10°. Cette dernière température provoque cependant dans le mélange des modifications d'ordre physique qui le rendent instantanément coagulable à 50°. Au-dessus de l'optimum, la puissance diastasique choit, à 55°, de façon telle que la coagulation demande plus de cinquante fois le temps nécessaire à 50°. A 60°, la diastase est complètement détruite.

Nous avons également trouvé dans le mycelium du *Rhizopus nigricans* une caséase très active qui fera l'objet d'une étude ultérieure.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence, dans des feuilles et dans des fleurs ne formant pas d'anthocyane, de pigments jaunes pouvant être transformés en anthocyane.* Note de M. **Raoul Combes**, présentée par M. Gaston Bonnier.

A la suite de mes recherches relatives, d'une part, au passage d'un pigment jaune extrait des feuilles vertes d'*Ampelopsis hederacea* (Vigne-vierge) au pigment anthocyanique rouge contenu dans les feuilles d'automne de la même plante et, d'autre part, à la transformation inverse, j'ai entrepris de faire sur d'autres plantes des études comparables de façon à déterminer si les faits que j'ai mis en évidence quant à la formation des pigments anthocyaniques dans la Vigne-vierge peuvent s'étendre à d'autres végétaux.

Les travaux dont je vais résumer les résultats ont eu pour but de rechercher :

1° Si une plante appartenant à une famille différente de celle dont fait partie la Vigne-vierge, et produisant comme cette dernière un pigment anthocyanique pendant la saison froide, renferme dans ses feuilles vertes un pigment jaune susceptible d'être transformé en anthocyane par réduc-

tion. [Les recherches ont porté sur les feuilles de *Ligustrum vulgare* (Troène), récoltées à fin de novembre, lorsqu'elles sont encore vertes.]

2° Si une plante dont les feuilles ne rougissent pas renferme également un pigment jaune pouvant être transformé en anthocyane par réduction. (Les recherches ont porté sur les feuilles de la variété de Vigne à raisins blancs *Chasselas doré* qui restent vertes pendant toute la période de végétation active, ne produisent pas de pigment anthocyanique en automne et tombent colorées en jaune. En même temps que les feuilles du *Chasselas doré* récoltées un peu avant la chute, au début de novembre, lorsqu'elles sont déjà jaunes en partie, j'ai traité des feuilles de la variété de Vigne à raisins rouges *Petit Bouschet*, qui au contraire rougissent très fortement en automne, et ont été récoltées un peu avant la chute, au moment où elles sont très rouges, de manière à pouvoir comparer entre eux les pigments extraits des feuilles des deux variétés ainsi que leurs produits d'oxydation et de réduction.)

3° Si, enfin, une plante à fleurs jaunes produit dans ses fleurs un pigment jaune susceptible d'être également transformé en anthocyane. (Les recherches ont porté sur les fleurs jaunes de *Narcissus incomparabilis*.)

Les résultats de ces recherches ont été les suivants :

1° J'ai extrait des feuilles vertes de Troène un pigment jaune brun cristallisé en aiguilles, présentant un grand nombre des propriétés du pigment de même couleur que j'ai isolé des feuilles vertes de Vigne-vierge, et se transformant, comme ce dernier, par réduction au moyen de l'amalgame de sodium en milieu acide, en un pigment rouge que j'ai obtenu cristallisé en aiguilles et ayant les caractères d'une anthocyane.

2° J'ai extrait des feuilles jaunes de *Chasselas doré* un pigment jaune brun, cristallisé en aiguilles, présentant également un grand nombre des propriétés du pigment de la Vigne-vierge et produisant par réduction un pigment anthocyanique rouge que j'ai obtenu cristallisé.

J'ai extrait d'autre part des feuilles rouges du *Petit Bouschet* un pigment anthocyanique cristallisé qui, traité par l'eau oxygénée, se transforme en un pigment jaune brun que j'ai également obtenu cristallisé.

Le pigment jaune extrait du *Chasselas doré* et le pigment rouge artificiel en dérivant, le pigment rouge naturel du *Petit Bouschet* et le pigment jaune artificiel en dérivant commencent à se décomposer entre 174° et 179°; la fusion instantanée a lieu entre 223° et 228°. Les pigments

naturels et artificiels présentent des caractères chimiques semblables, mais on ne peut prévoir avec ces seules données si l'oxydation du pigment rouge de la variété à feuilles rouges donne naissance à un pigment jaune identique à celui de la variété à feuilles vertes ou seulement voisin de ce pigment, et si la réduction du pigment jaune de cette dernière variété produit une anthocyane identique à celle de la première ou seulement voisine. L'analyse des quatre corps peut seule répondre ces questions.

3° J'ai extrait du périanthe de Narcisse un pigment cristallisé en aiguilles groupées en rosettes et colorées en jaune clair.

Réduit par l'amalgame de sodium en milieu acide, ce composé donne naissance à un pigment rouge présentant les réactions des anthocyanes.

Les conclusions à tirer de ces résultats sont les suivantes :

1° Les faits nouveaux relatifs à la formation des pigments anthocyaniques mis en évidence dans mes recherches chimiques sur les feuilles d'*Ampelopsis hederacea* ne sont pas particuliers à cette plante. Le Troène qui rougit en hiver renferme, comme la Vigne-vierge, dans ses feuilles vertes un pigment jaune se transformant en pigment rouge par réduction. La variété de Vigne *Petit Bouschet* renferme en automne, dans ses feuilles rouges, un pigment rouge se transformant en pigment jaune par oxydation.

2° Les feuilles de variétés de Vignes qui ne produisent pas naturellement de pigment rouge (*Chasselas doré*) renferment cependant un pigment jaune qui peut être transformé en pigment rouge par réduction.

3° Enfin ces faits ne sont même pas particuliers aux feuilles. Ils s'étendent également aux fleurs. Les fleurs jaunes de Narcisse renferment un pigment jaune qui, par réduction, se transforme en pigment rouge.

PHYSIOLOGIE. — *De la décroissance, en fonction des intensités d'excitation, du rapport de la période latente à la période totale d'établissement pour les sensations lumineuses.* Note de M. **Henri Piéron**, présentée par M. A. Dastre.

On sait que, jusqu'à une certaine limite, assez rapidement atteinte, l'intensité d'une sensation croît avec la durée d'excitation : il y a une phase d'établissement de la sensation, dont la longueur décroît quand l'intensité excitatrice augmente.

La loi de décroissance établie par Charpentier pour les sensations lumineuses est de forme $y = \frac{a}{\sqrt[4]{x}}$, où nous appelons y le temps et x l'intensité d'excitation, a étant une constante.

Or c'est une loi de même forme que j'avais dégagée de résultats expérimentaux fournis par G.-O. Berger (¹) pour des temps de latence des réactions motrices à des excitations lumineuses d'intensités croissantes (²).

Comme, dans ces temps de latence, il y a une part sensiblement fixe et indépendante des intensités excitatrices (associations centrales, parcours d'influx, temps perdu du muscle, etc.), on a, en outre de la partie décroissante, fonction de l'intensité, une constante K formant limite.

La formule d'interpolation était $y = \frac{a}{\sqrt[3]{x}} + K$.

J'ai vérifié par des recherches nouvelles la validité de cette formule, en employant le photoptomètre de Polack, masqué, dans la chambre noire, par un volet adapté au tachistoscope de Wundt, et pouvant découvrir un point lumineux de 1^{mm} de diamètre. Les mesures furent faites avec le chronoscope de Hipp, l'œil étant à 50^{cm} du point éclairé, après adaptation d'une demi-heure à l'obscurité.

Voici, à côté des valeurs expérimentales obtenues par Berger et Cattell l'un sur l'autre (l'intensité minima ne correspondant au seuil qu'approximativement), les valeurs que j'ai obtenues chez deux sujets, à partir du seuil, exactement déterminé (³), en comparant à ces valeurs celles fournies par le calcul au moyen de la formule précédente (en appelant x les intensités d'excitation évaluées en multiples du seuil, y_1 les valeurs observées et y_2 les valeurs calculées, en centièmes de seconde).

(¹) Berger a publié les résultats de recherches faites en collaboration avec Cattell, et dans lesquelles les deux auteurs servirent de sujets.

Cattell publia dans le *Brain* les données que Berger publia de son côté dans les *Philosophische Studien*; mais les valeurs de Cattell sont systématiquement inférieures de $\frac{3}{100}$ de seconde à celles de Berger, sans que les raisons de la différence apparaissent dans les indications techniques fournies par les deux auteurs. Nous avons adopté les valeurs de Berger, parce que ce sont celles qui sont citées par Wundt, dans le laboratoire de qui furent faites les expériences.

(²) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 998.

(³) Le seuil était fourni, sur la plage circulaire de verre dépoli de 1^{mm} de diamètre, avec la petite lampe à incandescence sous 4 volts du photoptomètre, par une surface d'ouverture de l'œil-de-chat Blondel de $0^{mm},2 \times 0^{mm},04$, ce qui donnait à la plage un éclat de 66 milliardièmes de bougie environ par millimètre carré.

B (Berger et Cattell).

$a = 14$, $K = 19,8$.

x.	y_1.	y_2.	Écarts.
1	33,8	33,8	0
7	26,5	27,1	−0,6
23	23,8	24,7	−0,9
123	23,0	22,6	+0,4
315	22,2	21,8	+0,4
1000	22,5	21,2	+1,3
$x_1 > 1000$	20,7	—	—
$x_2 > x_1 (\infty)$	19,8	19,8	0

Écart moyen pour 100 : 2,3

C (Berger et Cattell).

$a = 12,3$, $K = 15,8$.

x.	y_1.	y_2.	Écarts
1	28,1	28,1	0
7	20,5	22,2	−1,7
23	19,0	20,1	−1,1
123	17,8	18,2	−0,4
315	17,7	17,6	+0,1
1000	17,3	17,0	+0,3
$x_1 > 1000$	16,5	—	—
$x_2 > x_1 (\infty)$	15,8	15,8	0

Écart moyen pour 100 : 2,3.

A.

$a = 25$, $K = 21$.

x.	y_1.	y_2.	Écarts.
1	45,96	46,0	−0,04
2	39,66	40,92	−1,26
10	31,69	32,62	−0,93
250	25,0	24,96	+0,04
1000	24,31	23,50	+0,81
10000	21,94	22,16	−0,22

Écart moyen pour 100 : 1,7

B.

$a = 10$, $K = 20$.

x.	y_1.	y_2.	Écarts.
1	30,02	30,0	+0,02
2	27,40	27,94	−0,54
10	24,43	24,64	−0,21
250	22,23	21,58	+0,65
1000	20,64	21,0	−0,36
12000	20,78	20,43	+0,35

Écart moyen pour 100 : 1,4

On voit que la formule d'interpolation adoptée en première approximation est assez satisfaisante dans tous les cas, bien que les valeurs absolues présentent de notables différences individuelles.

On a alors, pour exprimer la décroissance de la période latente de la sensation la loi $y = \frac{a}{\sqrt[3]{x}}$, tandis que celle de la décroissance de la période d'établissement est approximativement, d'après Charpentier, $y = \frac{a}{\sqrt[4]{x}}$.

De fait, Charpentier indique une série de valeurs correspondant à des unités exprimées en unités arbitraires, et auxquelles nous allons comparer les valeurs qu'on peut calculer d'après la formule (les temps observés y_1 et calculés y_2 étant exprimés en centièmes de seconde) :

$a = 200$.

x.	y_1.	y_2.	Écarts.
4	6,2	6,18	+0,02
25	4,2	3,87	+0,33
100	2,3	2,73	−0,43
400	1,7	1,93	−0,23
900	1,2	1,58	−0,38

Écart moyen pour 100 : 8,5

L'application de la formule aux valeurs expérimentales n'est évidemment qu'approximative; mais on peut accepter provisoirement cette relation, et, dès lors, il devient possible de comparer la phase infraliminaire, la phase latente, à la phase supraliminaire de la période totale d'établissement. En effet, au seuil, la phase d'établissement [1] se confond avec la période latente, et l'on a ainsi deux courbes partant d'un même point.

Comme Charpentier indique qu'au seuil la durée de la période croissante est de $0^{\text{sec}},20$, nous pouvons, par extrapolation, déterminer à peu près la valeur de l'excitation correspondant au seuil par rapport aux unités arbitraires qu'il a utilisées. On trouve pour le seuil une intensité de 0,035; en faisant cette intensité égale à 1, nous pouvons comparer les phases latentes aux phases de croissance totale d'après les formules $y = \frac{a}{\sqrt[3]{x}}$ et $y = \frac{a}{\sqrt[4]{x}}$. Nous trouvons les valeurs suivantes, en appelant y_l et y_e les temps de latence et les temps d'établissement exprimés en centièmes de seconde, et A la proportion pour 100 du temps de latence :

x.	y_l.	y_e.	A.
1 (0,035)	20,0	20,0	100
114,28 (4)	6,18	4,12	66,6
714,28 (25)	3,87	2,35	60,7
2857,1 (100)	2,73	1,41	51,6
11428,5 (400)	1,93	0,88	45,6
25714,28 (900)	1,58	0,67	42,4

La part du temps de latence dans la période d'établissement décroît en raison inverse de la racine douzième des intensités d'excitation :

$$y = \frac{a}{\sqrt[12]{x}}.$$

Il y a là évidemment une *approximation* encore grossière, et *indirecte*, mais qui donne *cependant déjà des renseignements sur l'allure, dans sa totalité, de la phase croissante de la sensation lumineuse par rapport au seuil de cette sensation*.

---

(1) Nous entendons ici par période d'établissement la période croissante jusqu'au maximum d'intensité de la sensation; avec des excitations brèves, la période d'établissement se poursuit encore après la fin de l'excitation.

PHYSIOLOGIE. — *Sucre protéidique du plasma sanguin.* Note de MM. **Henri Bierry** et **Albert Ranc**, présentée par M. A. Dastre.

Des recherches antérieures ont montré qu'il existe dans le sang total, dans le sérum, dans le plasma [1] du *sucre engagé en combinaison*, sucre dont la présence ne peut être manifestée qu'après scission de la molécule complexe qui le renferme et rupture de la liaison qui dissimule sa fonction aldéhydique.

Ces combinaisons hydrocarbonées du sang résistent, *in vitro*, à l'action de la glycolyse qui fait disparaître le sucre libre, mais sont rompues à chaud par les acides minéraux, et le sucre réducteur libéré devient ainsi dosable par les procédés ordinaires [2].

Si l'on coagule le sang ou le plasma par la chaleur, et qu'on soumette le filtrat débarrassé des albuminoïdes à l'action des acides minéraux, on ne constate aucune augmentation de pouvoir réducteur; il en est de même avec le filtrat obtenu après précipitation des protéiques du sang ou du plasma par l'alcool ou l'acétate mercurique. Pour ces raisons nous avons été amenés à rejeter l'assertion qu'il pouvait se trouver des glucosides ou des sucres hydrolysables dans le sang. Les substances génératrices de sucre ne peuvent pas non plus être constituées par du glycogène, comme on l'a soutenu, car si elles sont respectées par des solutions de potasse étendues et chaudes, elles sont au contraire détruites par les solutions de potasse qu'on utilise pour les dosages du glycogène. Nous avons dû également éliminer l'hypothèse de composés glycuroniques.

Il restait à envisager le sucre comme faisant partie de molécules protéiques. C'est à cette dernière conception que nous nous sommes arrêtés après examen des faits cités et de faits d'ordre chimique et physiologique que nous allons exposer.

On trouve, chez un même animal, au point de vue du sucre combiné (les substances génératrices de sucre existant surtout dans le plasma) des différences entre le plasma artériel et le plasma veineux correspondant, le dernier en renferme plus que le premier. Parallèlement, les teneurs en substances protéiques de ces plasmas sont différentes, le plasma veineux est

---

[1] H. Bierry et L. Fandard, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 2010, et t. 158, 1914, p. 61.

[2] H. Bierry et L. Fandard, *C. R. Soc. Biol.*, 8 juin et 13 juillet 1912

plus riche en matières albuminoïdes que le plasma veineux correspondant. Les prises de sang ont été faites à la carotide et à la jugulaire chez le cheval (1) et le chien. L'écoulement était réglé de telle sorte qu'on puisse recueillir dans le même temps une quantité sensiblement égale de sang artériel et veineux. Chez le chien, des prises furent faites simultanément à l'artère et à la veine fémorale du même membre. Le sang était fluoré à 3 pour 1000. On a tenu compte de la teneur en eau en faisant l'extrait sec à 112°-115°; les poids de sucre combiné et d'albumine ont été ramenés à 1000$^{cm^3}$ d'eau pour les divers plasmas.

D'autre part, nous avons préparé par les méthodes classiques les divers albuminoïdes du plasma : fibrinogène, sérumglobuline, sérumalbumine. Les protéiques étaient précipités par les sels neutres, puis coagulés par la chaleur et lavés à fond par l'eau distillée bouillante. Nous avons aussi préparé ces albuminoïdes par précipitation soit par l'acétone, soit par l'alcool. Après contact avec l'acétone étendue ou l'alcool, ces albuminoïdes ont été traités par l'éther, l'alcool chaud, le chloroforme et l'eau bouillante; après dessiccation ils donnaient la réaction de Molisch et fournissaient du sucre par hydrolyse (2).

Ces faits montrent que pour une part, tout au moins, le sucre fait partie des substances protéiques : sérumglobuline, sérumalbumine, du plasma. Des expériences en cours nous permettent de penser que le sucre peut aussi faire partie de molécules moins complexes, de polypeptides qui seraient précipités en même temps que les autres albuminoïdes du plasma et entraînés avec eux. En tout cas, le *sucre engagé en combinaison* fait partie des molécules protéiques et nous proposons de lui donner le nom de *sucre protéidique*.

Nous avons dosé dans le plasma sanguin de divers animaux (cheval, chien, poulet) les albuminoïdes et le sucre protéidique, et établi le rapport $\frac{N_p}{S_p}$ du poids de l'azote protéique (obtenu par le Kjeldahl) au poids du sucre protéidique.

Voici quelques chiffres extraits des résultats d'une série d'expériences :

---

(1) Nous remercions M. Bourdelle, professeur à l'École d'Alfort, qui a bien voulu nous procurer du sang de cheval.

(2) MM. Piettre et Vila ont mis obligeamment à notre disposition un peu de la sérine qu'ils ont obtenue par un procédé nouveau (*Comptes rendus*, 29 décembre 1913). Cette sérine par hydrolyse acide a fourni aussi du sucre réducteur, en faible quantité.

	Plasma artériel pour 1000^{cm^3} d'eau				Plasma veineux pour 1000^{cm^3} d'eau		
	Protéiques.	Sucre protéidique.	$\frac{N_p}{S_p}$.		Protéiques.	Sucre. protéidique	$\frac{N_p}{S_p}$.
	g	g	g		g	g	g
Cheval...	76,3	1,67	6,9	Cheval...	80,4	1,79	6,7
Chien...	62,8	1,05	9,1	Chien...	66,2	1,24	8,5
Poulet...	38,8	1,78	3				

On voit que le sucre entre en quantités différentes dans la constitution moléculaire des protéides du plasma des animaux d'espèces différentes. On observe aussi chez des animaux de même espèce des variations de moindre importance dont il sera néanmoins intéressant de rechercher les causes.

Conclusions. — Il existe dans le plasma sanguin des divers animaux du *sucre protéidique* en quantités variables. Alors que les substances protéiques (nucléo-albumines, nucléotides de Levene et Jacobs) extraites des divers organes : foie, pancréas, etc., donnent naissance à des pentoses : xylose, ribose, etc., les albuminoïdes sanguins fournissent du glucose par hydrolyse. Ces considérations jointes à celles tirées des variations du sucre protéidique permettent de considérer ce dernier comme un des termes de passage des substances albuminoïdes aux hydrates de carbone. Des expériences ultérieures permettront d'établir son rôle dans la glycogénie à l'état normal et dans divers états pathologiques.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur les analogies de structure qui existent entre l'ovaire de certains Insectes (les Collemboles) et celui de certains Crustacés entomostracés (les Chirocéphales).* Note de M. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

J'ai décrit avec détails, dans des travaux qui remontent à une douzaine d'années, les particularités remarquables qui s'observent dans l'ovaire de ces petits Insectes très communs, mais à organisation relativement simple, que les entomologistes désignent sous le nom de *Collemboles* ou de *Podurides*. Au lieu d'être constitués, comme ceux des autres Hexapodes, par des gaines ovigères où les œufs sont déposés en série linéaire comme les grains d'un chapelet, les ovaires de Collemboles représentent de simples poches dans lesquelles sont placés les oogonies, les oocytes et les cellules vitellogènes. Ici chaque oocyte n'est pas entouré d'une enveloppe folliculaire, et

les cellules vitellogènes n'ont pas la disposition régulière qu'elles revêtent, par rapport aux oocytes, chez les autres Insectes. La zone germinative n'occupe pas l'extrémité antérieure de l'organe reproducteur femelle, mais demeure dans sa région moyenne.

Enfin, et c'est là un des caractères essentiels des Collemboles, la paroi ovarienne, formée fondamentalement d'une assise de cellules épithéliales groupées en syncytium, envoie, entre les éléments de la poche ovarienne, des prolongements qui s'anastomosent et constituent un *réseau intraovarien* plus ou moins développé.

Mais si les ovaires des Collemboles diffèrent beaucoup de ceux des autres animaux de la classe à laquelle ils appartiennent, j'ai reconnu récemment qu'ils ressemblent, au contraire, à différents titres, à ceux d'un petit Crustacé entomostracé de la famille des Branchipodides : le *Chirocephalus stagnalis* Shaw (1). Voici les principales de ces ressemblances :

1° Chez le Chirocéphale, les deux ovaires ont la forme de deux longues poches situées dans l'abdomen, de chaque côté du tube digestif, et s'étendant à peu près de l'extrémité postérieure du corps jusqu'à la région thoracique.

Les sections transversales de ces poches ne sont pas circulaires, mais très allongées dans le sens dorsoventral, surtout aux stades avancés de l'évolution de l'ovaire.

Comme chez les Collemboles, les organes reproducteurs femelles conservent leur situation primitive jusqu'à l'époque de leur plein développement et ne passent pas dans la région dorsale du corps.

2° La paroi ovarienne, chez les *Chirocephalus*, est constituée exactement comme chez les Collemboles. Elle est formée, en effet, de cellules dont les corps cytoplasmiques sont unis en un syncytium limité, à la périphérie de l'ovaire, par une membrane basale. Du syncytium partent de nombreux prolongements cytoplasmiques qui s'étendent, dans la poche ovarienne, entre les éléments qui s'y trouvent et forment un réseau intraovarien. A mesure que l'ovaire grossit, l'épaisseur de la paroi augmente notablement, les noyaux cellulaires deviennent plus volumineux et le réseau intraovarien se développe davantage. Il est manifeste que ce réseau joue un rôle analogue à celui qui est dévolu à cette formation dans l'ovaire des Collemboles,

(1) Les exemplaires que j'ai étudiés provenaient du « laquet » d'Oncet (Hautes-Pyrénées), où ils avaient été recueillis, à une altitude de 2200^m, par M. Despax, préparateur au laboratoire d'Histoire naturelle de la Faculté de Toulouse.

c'est-à-dire intervient dans les phénomènes de nutrition qui siègent dans l'ovaire pendant le développement des ovules.

3° La zone germinative forme, chez les *Chirocephalus*, une mince bande appliquée contre la paroi ovarienne et s'étendant sur toute la longueur de l'organe. Il y a ici une différence avec ce qu'on rencontre chez les Collemboles, où la zone germinative occupe toujours, non pas la longueur entière de l'ovaire, mais une faible étendue de celui-ci. Cette différence ne doit pas être considérée comme importante, car chez diverses espèces de Collemboles, la zone germinative *du testicule* est exactement placée comme celle de l'ovaire du Chirocéphale, alors que celle de l'ovaire des mêmes Collemboles conserve la disposition habituelle.

4° Dans l'ovaire du Chirocéphale, on trouve des cellules ovulaires proprement dites et des cellules nourricières, comme chez les Collemboles. De plus, ces éléments sont groupés, les uns par rapport aux autres, d'une manière analogue à celle qui s'observe chez les Collemboles. Souvent on trouve, comme chez ces Insectes, des cellules vitellogènes, plus ou moins enfoncées dans la région périphérique de l'ovule.

Les vésicules germinatives des ovules rappellent aussi celles des Collemboles ; elles paraissent, sur les préparations, plus claires que les noyaux des cellules nourricières, présentent un certain nombre de granulations chromatiques arrondies et sont de taille souvent bien plus petite que celle des noyaux des cellules nourricières dont le corps cytoplasmique est cependant beaucoup plus petit, aux stades avancés de l'évolution des oocytes, que le corps de l'ovule. Enfin on trouve, contre la paroi ovarienne, aussi bien des ovules que des cellules nourricières, de sorte que, pas plus chez le Chirocéphale que chez les Collemboles, on n'est en droit de regarder la différenciation des oocytes primitifs en ovules définitifs et cellules nourricières comme due à ce que la nutrition de ces deux dernières catégories d'éléments se ferait inégalement bien.

Les faits qui viennent d'être signalés démontrent que l'ovaire des Collemboles est plus voisin, à des points de vue importants, de celui de certains Crustacés que de celui des autres Insectes. On sait que les zoologistes considèrent les Phyllopodes, groupe de Crustacés dans lequel les Chirocéphales trouvent place, comme « les descendants les moins modifiés des types anciens » (Claus). Cette manière de voir donne plus d'intérêt encore aux analogies étroites qui existent entre l'ovaire de certains de ces Phyllopodes et celui des Collemboles, ces derniers étant aussi considérés comme des Insectes ayant conservé des caractères très primitifs.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie du djebel Filfila (Algérie).* Note de M. L. **Joleaud**, présentée par M. H. Douvillé.

M. Termier [1], à la suite d'une étude pétrographique détaillée des granites du Filfila et des Beni-Toufout, a émis l'hypothèse que certains massifs de roches cristallophylliennes du littoral numidien proviendraient du métamorphisme de l'Éocène supérieur. Pour M. Ficheur [2], au contraire, les calcaires seraient liasiques, les schistes archéens et précambriens.

Ayant repris récemment l'étude géologique du Filfila, j'ai pu compléter les observations faites par M. Termier sur le métamorphisme des calcaires liasiques. A la carrière de Bou-Dib, ils sont injectés de tourmaline; plus au Nord-Est, dans la tranchée du chemin de l'oued El-Aneb, ils sont transformés, sur une étroite bande, en pyroxène, tandis qu'un peu plus loin ils se chargent de grenats. Depuis la galerie minière ouverte entre les reliefs cotés 568 et 586, jusqu'à celle située à la limite des concessions du Filfila et du Fendek, l'on peut suivre une véritable barre de pyroxène, qui forme l'axe des mamelons cotés 586, 459 et 437 : sur ces deux derniers points, le pyroxène passe au calcaire que recoupent les tranchées du chemin des carrières. Cette zone pyroxénique n'est pas, comme la première, en relation apparente avec le granite, mais elle se relie certainement à lui en profondeur. Les deux grands affleurements granitiques du kef Sidi-Ali-el-Hadjel et du kef Sfa seraient raccordés par elles vers le Sud-Est, comme ils le sont vers le Nord-Ouest par les petits pointements granitiques de l'ancienne maison Cabaroc.

Les amas granitiques du Filfila formeraient ainsi une auréole autour des calcaires liasiques qui constituent un brachyanticlinal orienté du Nord-Ouest au Sud-Est entre l'aïn Tahar-Lindina et l'aïn Rouman. Dans le prolongement de ce pli, les mêmes calcaires réapparaissent, à 10^{km} au Sud-Est, près de la maison Gaultier et se développent vers le djebel Safia, en dessinant plusieurs anticlinaux dirigés NW-SE. Localement, ces calcaires cessent d'être marmoréens et renferment des Bélemnites, notamment près de la pointe des Ruines-Saintes et au koudéat Toumiet. Pas plus que ceux-ci, les calcaires marmoréens du Filfila ne sauraient, dès lors, être rattachés au

---

(1) *Comptes rendus*, 10 février 1902 et 2 février 1903.
(2) *Bulletin Soc. géol. France*, 4e série, t. III, 1903, p. 407.

Nummulitique : comme les calcaires de même facies de la chaîne Numidique, ils doivent être rapportés au *Lias*.

Dans la zone d'interruption des affleurements calcaires, entre l'aïn Rouman et la maison Gaultier, s'étend un lambeau de *micaschistes*, qui va de Chir Allah au djebel Sebaa-Koudiat. Par le djebel El-Hallia, il se rattache aux schistes de Philippeville. Ces micaschistes sont *séparés des schistes nummulitiques* simplement silicifiés et durcis du Filfila, *par une puissante assise de conglomérats, où sont remaniés* gneiss, micaschistes, calcaires liasiques, et où s'intercalent des assises argileuses et gréseuses. Il est donc impossible de confondre, dans un même système géologique, les schistes nummulitiques du Filfila et les micaschistes de la région de Philippeville. Les premiers, bien caractérisés par l'intercalation, vers leur base, de schistes calcareux, transformés partiellement en schistes pyroxéniques, appartiennent au *Nummulitique* moyen et supérieur. Les seconds, remarquables par les nombreux filonnets de quartz qui les recoupent en tous sens, se rattachent, par des lambeaux situés près de Robertville, de Lannoy, d'Auribeau et de Gastu, aux schistes de même facies de la chaîne Numidique; comme eux ([1]), ils sont sûrement *antérieurs à l'Anthracolithique*.

Les micaschistes du Filfila forment un anticlinal orienté NNE-SSW. Ils semblent avoir déterminé, à leur rencontre avec l'anticlinal liasique NW-SE, un broyage de la barre calcaire. Au Sud-Est du mamelon culminant des carrières, la retombée Nord-Est de l'anticlinal liasique est seule conservée et limitée par un réseau de cassures. Dans son prolongement vers le Sud-Est, se produit un laminage qui donne naissance à un faisceau de plis imbriqués. Ceux-ci sont jalonnés par les pointements calcaires de la carrière Bou Dib et de la mine d'El Hallia, de Dar Taleb et de Bou Aziz, de l'aïn Mbradi et du mamelon situé au sud du siphon de la conduite de l'aïn Marbouba, enfin des coteaux 459, 437 et du chalet Dra-ed-Dib.

Ces plis imbriqués dévient vers le Sud-Ouest, lorsqu'ils arrivent au voisinage de l'anticlinal NNE-SSW des schistes paléozoïques. Leurs strates n'en restent pas moins couchées, d'une façon générale, vers le brachyanticlinal NW-SE du Filfila. Il semble donc que les dislocations qui affectent les calcaires liasiques de cette montagne soient venues se mouler sur un angle de rebroussement de plis préexistants, antérieurs vraisemblablement à la fin du Paléozoïque.

([1]) L. Joleaud, *Etude géologique de la chaîne Numide et des monts de Constantine*, 1912, p. 59 et suiv.

Les galeries minières du Fendek, qui sont situées dans cet angle de rebroussement, ont traversé, d'abord, de l'oligiste, ensuite de l'oligiste mélangé à de la pyrite, dans les schistes nummulitiques, puis dans les micaschistes. Dans le Sud-Est de la concession du Filfila, l'hématite, avec de la pyrite à la base, se rencontre au contact des calcaires marmoréens (ou du pyroxène) et des schistes nummulitiques. La pyrite (parfois remplacée par des pseudomorphoses d'hématite) et l'oligiste reparaissent au voisinage des granites du kef Sfa et de la maison Cabaroc. Enfin la galerie minière d'El-Hallia, qui fait face à une apophyse granitique du kef Sidi-Ali-el-Hadjel, a recoupé d'abord de l'hématite, entre les calcaires et les schistes, puis de la pyrite au milieu de schistes très métamorphisés; des puits forés dans le sol de cette galerie ont aussi atteint la pyrite entre l'hématite et les calcaires.

L'hématite et l'oligiste du Filfila doivent résulter de l'oxydation de la pyrite, à laquelle elles passent généralement en profondeur; entre les mines d'El-Hallia et du Fendek, cette pyrite semble devoir rejoindre, dans le sous-sol, les amas granitiques qui raccordent les affleurements du kef Sidi-Ali-el-Hadjel et du kef Sfa.

GÉOLOGIE. — *Sur la constitution géologique de la partie septentrionale du département du Var.* Note de M. **J. Repelin**, présentée par M. Pierre Termier.

Le raccordement des Alpes avec les Pyrénées par la Provence est aujourd'hui universellement admis. Il est dès lors tentant de chercher si, comme les deux grandes chaînes, la région montagneuse provençale ne présente pas de grandes nappes de charriage en dehors de celles du Beausset et de la Sainte-Baume. La liaison plus apparente que réelle des plis couchés multiples qui accidentent la région du Var avait amené Marcel Bertrand à la conception de la grande nappe de la basse Provence. Cette hypothèse n'a pas été reprise; mais MM. Haug et Léon Bertrand ont tenté récemment d'établir l'existence d'une seule grande nappe dans la région située à l'ouest de Draguignan [1]. On peut remarquer d'abord que cette hypothèse

---

[1] Les limites et la racine de cette nappe ont été précisées par les auteurs dans deux Notes à l'Académie (*Comptes rendus*, t. 154, 15 janvier 1912, p. 147 et t. 154, 19 février 1912, p. 542). Voir aussi *Carte géologique détaillée de la France*, feuille de Draguignan.

ne nous dispenserait pas d'admettre, dans cette région, au voisinage de Fox-Amphoux, des plis avec chevauchement, d'ailleurs aussi importants que dans la région Lorgues-Salernes, et absolument analogues à ceux-ci qu'on propose de réunir pour en former une nappe unique. Les faits d'observation seuls pourraient donc nous faire accepter cette hypothèse d'une hardiesse tentante, mais ils ne paraissent pas se prêter à son adoption, et les objections surgissent en foule. Je ne parlerai que de celles qui s'appuient sur des observations personnelles anciennes ou récentes.

La nappe, d'après M. Léon Bertrand, doit être enracinée dans le sud de la vallée de Caramy; ses racines vers l'Est seraient donc bien au sud de Carabasse, du Thoronet et du Luc. Les grands affleurements triasiques, compris entre Lorgues, Carcès et le Thoronet, font assurément partie de cette nappe. Or ils se relient d'une manière incontestable avec les plateaux triasiques compris entre Lorgues et Vidauban. Il faudrait donc, de toute nécessité, que ces plateaux, eux aussi, soient en recouvrement, ce qui, de l'avis de tous, ne peut pas être envisagé. Quelle que soit l'importance de cette objection, qui suffirait à elle seule à faire abandonner la séduisante hypothèse de la nappe, telle qu'elle est proposée, il est nécessaire d'examiner avec quelques détails les difficultés qui se présentent pour en fixer les limites.

La région des Bessillons, de Cotignac, de Salernes, montre d'une manière incontestable des chevauchements vers le Nord de plusieurs kilomètres en certains points, mais ces plis couchés se terminent vers Lorgues; et le Trias entre Lorgues et Entrecasteaux ne peut en aucune façon être considéré comme superposé au Jurassique du nord des Salettes. Il faudrait, encore une fois, trouver une limite entre ce Trias et le Trias autochtone des plateaux compris entre Vidauban et Lorgues; or les affleurements sont en continuité absolue. Il y a plus, le Crétacé supérieur à faciès garumnien repose normalement, au Nord, vers Tavernes, sur le Jurassique autochtone. Or, entre Barjols et Varages, il vient, avec sa couverture de Jurassique, provenant du pli de Fox Amphoux, chevaucher le Trias de la nappe.

Non loin de là ce même Trias est recouvert en concordance presque rigoureuse par le Tertiaire de Varages, relevé par les mouvements alpins.

Vers le Sud, les difficultés ne sont pas moindres. Au nord-est de Saint-Maximin, au sud de la ferme ruinée de l'Ouvière, le Trias de la nappe, loin de recouvrir le Jurassique du Nord, forme la base d'une série, un peu redressée, mais régulière, comprenant l'Infra-Lias, le Lias moyen et supérieur, le Bajocien, le Bathonien et les calcaires du groupe Oxfordien-Séquanien, recouverts eux-mêmes vers Seillons par les dolomies et les calcaires blancs du Jurassique supérieur; et c'est au milieu de cette série régulière qu'il faut faire passer les limites de la nappe.

En outre, au sud-ouest de Saint-Maximin, ce ne sont jamais les couches les plus

supérieures du Jurassique dépendant des plis de l'Olympe et de la région d'Ollières qui viennent en contact avec le Trias, mais les plus inférieures (Lias, Bajocien). La Carte actuelle (1) ne peut d'ailleurs donner une idée exacte de la forme des affleurements entre Saint-Maximin et Recours. En réalité, le contact ne se fait pas par faille rectiligne dans cette partie. La série jurassique chevauchée de l'Olympe comporte là, à sa base, du Lias au contact du Trias et, si elle n'est pas complète, il n'est cependant pas douteux que le Trias soit recouvert par cette portion du pli de l'Olympe comme il est recouvert au Sud par le soubassement jurassique du pli de la Sainte-Baume.

D'ailleurs, plus au Sud encore, le long de la faille, dès lors rectiligne, qui paraît un décrochement concomitant de ces plissements, on voit s'intercaler, entre le Trias et le Jurassique de l'Olympe, des assises intermédiaires, en affleurements parallèles à la faille, ce qui n'aurait pas de raison d'être dans le cas où ce pli s'ennoierait sous la nappe triasique. En aucun point on n'observe le plongement du Jurassique sous le Trias; partout le Jurassique surplombe le Trias.

Une autre objection, non moins sérieuse, résulte de l'étude du Trias entre Bras et Brignoles. Dans cette partie, on ne voit pas le Trias recouvrir le Jurassique du massif Bras-Brignoles; c'est au contraire le Jurassique qui recouvre le Trias, ou même le Tertiaire superposé au Trias; et lorsqu'on suit de la manière la plus rigoureuse ces affleurements triasiques entre les Paulets, au sud de Bras, et les environs des Censiers, on les voit prendre leur place à la base de la série jurassique de Brignoles qui fait partie du substratum autochtone. Il y a là une impossibilité matérielle, le même Trias ne pouvant à la fois faire partie de la nappe et de son substratum.

Enfin on ne trouve, entre Rougiers et Brignoles, dans la région où seraient enfouies les racines de la nappe, aucune trace d'un pli aussi important. Les affleurements de Jurassique inférieur de Rougiers, de Tourves et de la Chevalière, aussi bien que ceux de la Celle, sont manifestement des réapparitions, le long d'une faille de chevauchement, de la base de la série jurassique autochtone qui forme le soubassement du grand pli de la Sainte-Baume. En tous les points cités, la série, bien qu'accidentée, est complète et repose normalement sur le Trias. En admettant même, sans tenir compte des faits précédents, l'existence d'un pli complètement masqué, il ne dépasserait pas à l'Est le méridien de Camps où le Trias ne présente plus d'accident notable; et sa longueur serait hors de proportion avec la nappe qui s'étend à plus de 20^{km} plus à l'Est.

J'espère que ces observations modifieront en quelque manière l'opinion des auteurs de l'hypothèse, au premier abord séduisante, de l'existence d'une grande nappe de charriage dans la région à l'ouest de Draguignan.

---

(1) *Carte géologique de la France*, feuille d'Aix.

GÉOLOGIE. — *Sur la coupe du Lias, de l'Infralias et du Trias de Lorraine dans le sondage du Bois Chaté.* Note de M. **René Nicklès**, présentée par M. Pierre Termier.

Le sondage dont j'ai l'honneur de présenter les résultats sommaires a été entrepris par M. François de Wendel, maître de forges à Jœuf, dans le but de savoir si la houille exploitable existe en profondeur au-dessous des gîtes de minerai de fer du bassin de Briey. Bien que ce sondage n'ait atteint ni la houille, ni même le terrain houiller, les observations stratigraphiques qu'il permet de faire paraissent cependant assez importantes pour mériter d'être connues [1].

Ce sondage a le mérite d'être le premier effectué à grande profondeur dans les environs de Briey, c'est-à-dire vers l'axe du détroit franco-germain, où, *a priori*, les sédiments jurassiques doivent présenter à peu près leur maximum d'épaisseur.

Établi le 13 janvier 1908 au lieu dit le *Bois Chaté* (commune d'Avril, Meurthe-et-Moselle), il a débuté dans le Toarcien supérieur et a été arrêté le 5 mars 1909 dans les premières assises du Permien.

Dans son ensemble, il présente la succession suivante :

Lias supérieur (*Toarcien*), 258^m (dont 82^m de schistes bitumineux représentant la zone à *Harpoceras falciferum*);

Lias moyen (*Charmouthien*), 188^m;

Lias inférieur (*Sinémurien* et *Hettangien*), 122^m;

Rhétien, 55^m (dont 14^m de marnes de Levallois et 41^m de grès infraliasique);

Marnes irisées du Trias, 187^m;

Muschelkalk, 144^m (dont 65^m de Muschelkalk calcaire et 79^m de Muschelkalk marneux);

Grès bigarré, 62^m;

Grès vosgien, 92^m;

Permien (épaisseur traversée), $11^m,72$.

Au premier abord, on est frappé de l'exagération du Toarcien et du peu d'importance du Trias inférieur.

---

[1] Je prie M. François de Wendel d'agréer mes sincères remercîments pour avoir bien voulu m'autoriser à publier les résultats de ce sondage.

Ici, en effet, les épaisseurs diffèrent notablement de celles de la région comprise entre Pont-à-Mousson et Nancy, région qu'on peut prendre comme type, parce que, exactement connue, elle ne présente que des variations faibles et que les épaisseurs de ses étages se rapprochent sensiblement de leur puissance moyenne dans l'est du bassin de Paris.

Ces épaisseurs sont approximativement, dans la région de Pont-à-Mousson — Nancy :

Toarcien, 90^m; — *Charmouthien*, 79^m; — *Sinémurien* et *Hettangien*, 55^m; — *Marnes de Levallois*, 8^m; — *Grès infraliasique*, 26^m; — *Marnes irisées*, de 195^m à 338^m; — *Muschelkalk*, de 146^m à 156^m; — *Grès bigarré*, de 68^m à 76^m; — *Grès vosgien*, de 212^m à 270^m.

Or, si l'on établit, pour chacun de ces étages, le rapport de l'épaisseur au Bois Chaté à l'épaisseur à Pont-à-Mousson — Nancy, on voit la valeur de ces rapports augmenter d'une façon progressive en passant des étages inférieurs aux étages supérieurs. Exception doit être faite, toutefois, pour les marnes irisées, qui représentent un dépôt lagunaire pendant lequel le coefficient de sédimentation fléchit momentanément. Les valeurs de ces rapports sont les suivantes :

Grès vosgien, de 0,33 à 0,45; — *Grès bigarré*, de 0,9 à 1; — *Muschelkalk*, de 1 à 1,08; — *Marnes irisées*, de 0,59 à 0,96; — *Grès infraliasique*, 1,5; — *Marnes de Levallois*, 1,8; — *Sinémurien* et *Hettangien*, 2,2; — *Charmouthien*, 2,4; — *Toarcien*, 2,84.

Ces divers chiffres représentent sensiblement, pour chaque étage, la valeur du coefficient de sédimentation au sondage du Bois Chaté. Leur progression du Trias inférieur au Toarcien supérieur inclusivement frappe les yeux à première vue. Mais si, pour fixer les idées avec plus de précision, on établit un graphique avec les diverses valeurs de ce coefficient, on constate d'abord une croissance rapide pendant le grès bigarré suivie d'une période d'arrêt correspondant à un maximum momentané d'extension de la mer pendant le muschelkalk; pendant le dépôt des marnes irisées, la courbe fléchit, indiquant une régression qui coïncide avec une période lagunaire : mais, avec le grès infraliasique, la courbe remonte rapidement, indiquant la reprise du mouvement transgressif, puis plus lentement, pendant le Lias, où en effet la transgression a continué, mais d'une façon moins intense. Dans cette dernière étape, pendant le Lias, les sédiments, de sableux qu'ils étaient auparavant, sont devenus marneux dans la région de Nancy;

ils se mélangent de sable dans la région de Briey, et cette tendance s'accorde bien avec les phénomènes d'ensablement du Lias connus dans l'Infralias d'Hettange et rendus classiques par les travaux de M. Gosselet sur le golfe du Luxembourg. Il convient aussi de remarquer l'épaississement considérable du Lias total qui, de 224^{m} d'épaisseur vers Pont-à-Mousson, atteint, au Bois Chaté, la puissance de 568^{m}.

M. Louis Roy adresse un Mémoire : *Sur le mouvement des milieux visqueux et des quasi-ondes.*

(Commissaires : MM. Boussinesq, Émile Picard, Pierre Duhem.)

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Ouvrages reçus dans la séance du 26 janvier 1914.

Observatoire de Tacubaya, Mexique. *Carte photographique du Ciel;* 25 feuilles nouvellement publiées. Zone — 11° : nos 6, 7, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 35, 36, 37, 179. — Zone — 13° : nos 17, 23, 27, 76. Paris, Massard; 25 feuilles in-plano.

Observations séismographiques faites à l'Observatoire météorologique d'Upsala, de juillet à décembre 1906, par F. Åkerblom. Upsal, Edv. Berling, 1913; 1 fasc. in-8°.

Le colorazioni crepuscolari del 1913, per Ignazio Galli. Rome, 1913; 1 fasc. in-4°.

Los estudios químicos en la República Argentina, 1810-1910, por Enrique Herrero Ducloux. Buenos-Ayres, 1912; 1 vol. in-4°. (Hommage de l'auteur.)

Fertilisation time and the inception of gestation in Women, by James Oliver. (Extr. de *The Edinburgh medical Journal;* janvier 1914.) 1 fasc. in-8°.

How to improve the race, by Alexander Graham Bell. Washington, 1913; 1 fasc. in-8°.

De nuttige planten van Nederlandsch-Indië tevens synthetische catalogus der verzamelingen van het Museum voor Technische en Handelsbotanie te Buitenzorg, door K. Heyne. Batavia, Ruygrok et Cie, 1913; 1 vol. in-8°.

A monograph of the Foraminifera on the North Pacific Ocean; Part. III : *Lagenidæ*, by Joseph Augustine Cushman. (Smithsonian Institution United States Museum : *Bulletin* 71.) Washington, 1913; 1 vol. in-8°.

Institut international d'Agriculture. *Bulletin mensuel des renseignements agricoles et des maladies des plantes;* 5e année, no 1, janvier 1914. Rome, 1914; 1 vol. in-8°.

The Journal of the American chemical Society; t. XXXVI, no 1, janvier 1914. Washington, 1914; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

—

(Séance du 22 décembre 1913.)

Note de M. *Arnaud de Gramont*, Sur le spectre de bandes de l'aluminium, etc. :

Page 1364, ligne 11, *au lieu de* l'oxygène liquide, *lire* l'oxygène comprimé.

(Séance du 19 janvier 1914.)

Note de M. *Voisenet*, Sur un ferment, contenu dans les eaux, agent de déshydratation de la glycérine :

Page 195, ligne 18, *au lieu de* sulfate de magnésie 10^g, *lire* sulfate de magnésie $0^g,10$.